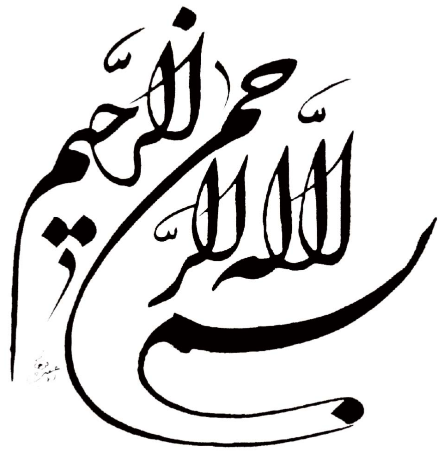

مفاهیم آمار و تخمین‌های بیزینی

مقدمه

قبل از دو دهه اخیر پیش‌بینی‌های اقتصادی بوسیله مدلهای ساختاری انجام می‌گرفت که اکثراً منتج شده از نظریات کنیز بودند از آنجائیکه در آن دوره این مدلها نتوانستند حوادث مهم اقتصادی را پیش‌بینی نمائید بنابراین روش برداری‌های خود رگرسیونی توسعه پیدا کردند از جمله انتقاداتی که به این روش وارد می‌شود اینست که این روش به تخمین بیش از حد مبتلا می‌باشد برای رفع این مشکل یک مدل بیزینی توسط لیترمن و همکارانش توسعه پیدا کرد که در آن اعتقادات پیشین در مورد متغیرها همراه با داده‌ها ترکیب و یک چارچوب بیزینی را برای پیش‌بینی کنندگان فراهم می‌آورد از آنجاییکه این روش از اطلاعات قبلی در مورد متغیرها استفاده می‌کند این امر به ساختن پیش‌بینی‌های بیشتر اقتصادی و کمتر هنری کمک می‌کند در این فصل ابتدا مفاهیم آمار و تخمین‌های بیزینی بیان می‌شود سپس روش VAR و کاربردهای آن تشریح می‌گردد و در قسمت پایانی به تشریح روش BVAR می‌پردازیم.

ارتباط بین علوم اقتصاد و آمار:

با تمرکز به مسئله کمیابی در علم اقتصاد، این علم به میزان زیادی به مسئله تصمیم‌گیری مربوط می‌باشد. همچنانکه می‌دانیم سوخت ماشین تصمیم اطلاعات می‌باشد بنابراین روشهایی برای فراهم‌آوردن اطلاعات آماری و ارتباط آن با علم اقتصاد که منجر به تصمیم‌گیری بهینه می‌شود توسعه پیدا کرده‌اند که در چارچوب دو روش نظریه کلاسیک

نمونه‌گیری و روش بیزینی در علم آمار مورد مطالعه قرار می‌گیرند. در ذیل به شرح مختصری از این روشها پرداخته می‌شود.

روش کلاسیک نمونه‌گیری:

استنتاج آماری با استفاده از روش کلاسیک با استفاده از ویژگیهای زیر مشخص می‌شود.

الف- تخمین‌ها و روشهای آزمون بر حسب ویژگیهای موجود در نمونه آماری ارزیابی می‌شوند.

ب- احتمال یک حادثه برحسب حد فراوانی نسبی آن حادثه تعریف می‌شود.

پ- هیچ شرطی برای ورد مشاهدات غیر نمونه‌ای (nonsample) و اطلاعات زیان (loss information) وجود ندارد.

هنگامی که تخمین پارامترها با استفاده از روش کلاسیک انجام می‌شود یک تخمین زننده بدون تورش با مینیمم واریانس مطلوب محقق می‌باشد زیرا بطور متوسط این تخمین زننده‌ها به پارامترهای حقیقی (نسبت به تخمین زننده‌های بدون تورش دیگر) نزدیکتر هستند. در این روش تخمین فاصله‌ای و آزمون فرضیه بر حسب ویژگیهای بزرگ نمونه‌ای، نمونه‌های مورد مطالعه ارائه می‌شود همچنین در روش کلاسیک از آنجایکه پارامترها در نمونه‌های تکراری ثابت فرض می‌شوند، توزیع احتمال برای پارامترها تعیین نمی‌شود.

روش بیزین:

در چارچوب بیزینی احتمال بر حسب یک درجه از اعتقادات تعریف می‌شود (هر چند که ویژگیهای تخمین زننده‌ها و آزمونهایی که بر روی نمونه آماری انجام می‌گیرید نیز مورد مطالعه قرار می‌گیرید اما پایه اصلی برای استنتاج و انتخاب تخمین زننده‌ها نمی‌باشند) در این روش احتمال یک حادثه بر حسب اعتقادات شخص در مورد اینکه این حادثه تا چه اندازه محتمل است که ظاهر شود انجام می‌گیرید این اعتقادات ممکن است به اطلاعات کمی و یا کیفی وابسته باشند اما لزوماً به فراوانی نسبی حادثه در یک نمونه بزرگ از آزمایش‌های فرضی آتی[1] وابسته نمی‌باشد بنابراین در آمار بنزینی احتمال یک مفهوم ذهنی (Subjective) و اشخاص مختلف ممکن است احتمال متفاوتی از یک حادثه را ارائه دهند همچنین ویژگی اصلی در تحلیل‌های بیزینی اینست که عدم اطمینان درباره مقدار یک پارامتر ناشناخته برحسب توزیع احتمال بیان می‌شود. در این روش پارامترها بصورت متغیرهای تصادفی مورد مطالعه قرار می‌گیرند و بدین صورت که نتایج متفاوت از یک آزمایش مصداق‌های[2] متفاوتی از یک پارامتر بیان می‌کند، مورد ملاحظه قرار نمی گیرند. بنابراین توزیع احتمال ذهنی بر روی یک پارامتر برحسب آگاهی شخصی، درباره آن پارامتر می‌باشد این آگاهی ممکن است قبل از مشاهده اطلاعات موجود در نمونه وجود داشته باشد که تابع توزیع این آگاهی شخصی، توزیع پیشین[3] نام

[1]- future hypothetical experiments

[2]- realizations

[3]- prior distribution

دارد همچنین تابع توزیعی که از ترکیب تابع توزیع پیشین و اطلاعات نمونه حاصل می‌شود تابع توزیع پسین[1] نام دارد. یک نکته مهم در اینجا اینست که توزیع پسین حاصله می‌تواند به عنوان یک توزیع پیشین مورد استفاده قرار گیرد زمانی که با اطلاعات نمونه‌ای دیگر در آینده مواجهه می‌شویم. روشی که توزیع پیشین را با اطلاعات نمونه برای تشکیل توزیع پسین، ترکیب می‌کند قضیه بیز نام دارد.

طریقه بدست آوردن تابع توزیع پسین:

اگر P(B/A) عبارتست از احتمال وقوع حادثه B به شرط معلوم بودن حادثه A باشد.

آنگاه می‌توان احتمال وقوع حوادث را بصورت زیر بیان کرد:

$$P(A,B) = P(B/A).P(A)$$
$$P(A,B) = P(A/B).P(B)$$

از رابطه فوق نتیجه می‌شود که:

$$P(A/B).P(B) = P(B/A).P(A)$$
$$P(B/A) = \frac{P(A/B).P(B)}{P(A)}$$

که عبارت فوق به عنوان قضیه بیز شناخته می‌شود.

حال برای نشان دادن توابع توزیع پیشین و پسین فرض می‌کنیم که تابع چگالی احتمال پیوسته باشد اگر θ برداری از پارامترها و y برداری از مشاهدات موجود در نمونه برای تابع چگالی پیوسته $f(y/\theta)$ باشد در این صورت تابع $f(y/\theta)$ بطور جبری همانند تابع درستنمایی برای θ می‌باشد که همه اطلاعات نمونه‌ای در مورد θ را شامل

[1]- posterior distribution

می‌شود. در چارچوب بیزینی از آنجایکه توزیع احتمال ذهنی برای θ وجود دارد [θ برداری تصادفی می‌باشد]. بنابراین $f(y/\theta)$ بصورت تابع توزیع شرطی y به شرط θ مورد ملاحظه قرار می‌گیرید حال طبق رابطه (۱-۵) می‌توانیم بنویسیم:

$$h(\theta, y) = f(y/\theta).g(\theta) = g(\theta/y).f(y)$$

که به h تابع چگالی پیوسته برای θ و y، g به تابع چگالی برای θ و f به تابع چگالی برای y دلالت می‌کند حال اگر عبارت فوق را بازنویسی کنیم داریم:

$$g(\theta/y) = \frac{f(y/\theta).g(\theta)}{f(y)}$$

که این عبارت همان قضیه بیز می‌باشد که در این عبارت $g(\theta/y)$ بیانگر تابع چگالی پسین برای θ و $g(\theta)$ بیانگر تابع چگالی پیشین برای θ (اطلاعات غیر نمونه‌ای در مورد θ) می‌باشد. از آنجائیکه داده‌های نمونه‌ای بصورت ثابت و معلوم در اختیار هستند در نتیجه $f(y)$ ثابت می‌باشد بنابراین برای بدست آوردن θ اگر داده‌های نمونه ای y ثابت باشند می‌توانیم تابع $f(y/\theta)$ را بصورت تابع در ستنمایی $L(\theta/y)$ نشان دهیم بنابراین قضیه بیز بصورت زیر بیان می‌شود.

[1] $$g(\theta/y) \propto L(\theta/y).g(\theta)$$

که رابطه را بصورت زیر نیز می‌توانیم بیان کنیم

(اطلاعات پیشین) × (اطلاعات درستنمایی) $\propto$ اطلاعات پسین

---

[1] α [illegible]

رابطه (۵-۵) نشان می‌دهد که چگونه اطلاعات پیشین در مورد θ (که برحسب تابع چگالی پیشین بیان می‌شود) بوسیله اطلاعات نمونه‌ای (که بر حسب تابع در ستنمایی $L(\theta/y)$ بیان می‌شود) اصلاح می‌شود تا اطلاعات پسین در مورد θ (که بر حسب تابع چگالی پسین $g(\theta/y)$ بیان می‌شود) بدست آید. نمودار (۱-۵) فرآیند بدست آمدن توزیع پسین را نشان می‌دهد.

تخمین نقطه‌ای

سؤالی که در این قسمت با آن مواجهه می‌شویم اینست که چگونه یک تخمین نقطه‌ای برای θ انتخاب کنیم بطوریکه زیانهای ناشی از تخمین بیش از حد[1] و یا کمتر از مقدار واقعی[2] مینیمم گردد.

هنگامی که تخمین نقطه‌ای بیزینی را انجام می‌دهیم تخمین‌های متعددی بر اساس چگالی احتمال پسین حاصل می‌گردد. بنابراین باید مناسبترین تخمین برای $\hat{\theta}$ انتخاب شود که که این انتخاب بر اساس تابعی انجام می‌شود که تابع زیان[3] نام دارد اگر θ مقدار واقعی پارامتر و $\hat{\theta}$ مقادیر تخمین آن باشد تابع زیان صورت $L(\hat{\theta},\theta)$ بیان می‌شود. نکته‌ای که باید به آن توجه کنیم اینست که با افزایش خطای تخمین θ، زیان نیز افزایش پیدا می‌کند بنابراین انتظار براینست که $L(\hat{\theta},\theta)$ یک تابع افزایش از $\left|\hat{\theta},\theta\right|$ باشد همچنین تابع زیان ناشی از تخمین بیش از حد $\left[(\hat{\theta},\theta)=a,(a>0)\right]$ ممکن است متفاوت از تابع زیان ناشی

1- overestimation

2- underestiamation

3- loss function

از تخمین کمتر از مقدار واقعی $\left[(\hat{\theta},\theta)=a,(a<0)\right]$ باشد که در این حالت گفته می‌شود تابع زیان نامتقارن [1] است. بسته به نوع توزیع چگالی احتمال پسین تابع زیـان مـی‌توانـد بصورت متفاوتی انتخاب گردد. اما آنچه که بطور کلی اهمیـت دارد، توجـه بـه برخـی از معیارهای گرایش به مرکز در توزیع پسین مانند میانه، میانگین و مد می‌باشد زیرا که اگـر توزیع پسین غیر قرینه باشد این معیارهای تمایل به مرکز با هم متفـاوت خواهنـد بـود و مسئله انتخاب در بین آنها وجود خواهد داشت. در قسمت بعد چند نمونه از توابع زیـان معرفی می‌شود. فرآیند رسیدن به $\hat{\theta}$ بهینه بطور خلاصه در شکل (۲-۵) بیان شده است.

تابع زیان درجه دوم (quadratic loss function):

برای بدست آوردن تخمین نقطه‌ای، تابع زیان درجه دوم بصورت زیر بیان می‌شود.

$$L(\hat{\theta},\theta)=c(\theta-\hat{\theta})^2$$

که c یک ثابت می‌باشد این تابع یک تابع متقارن می‌باشد زیرا زیانهای ناشـی از تخمـین بیش از حد همانند زیانهای ناشی از تخمین کمتر از مقدار واقعی می‌باشد همچـنین ایـن تابع از درجه دو می‌باشد زیرا زیان، تابعی درجه دو از خطای تخمـین $\left|\theta-\hat{\theta}\right|$ مـی‌باشـد همچنانکه می‌دانیم θ ناشناخته است. برای غلبـه بـر ایـن مشـکل میـانگین وزنـی تمـام زیانهای مرتبط با همه مقادیری که θ در بر می‌گیرد را پیدا می‌کـنیم و $\hat{\theta}$ی کـه میـانگین زیانها را مینیمم کند انتخاب می‌شود، تابع وزنی که انتخاب مـی‌شـود همـان تـابع توزیـع پسین است (شکل تابع زیان و انتخاب θ متناظر با تابع زیان بهینه در شکل (۳-۵) نشان

[1] - asymmetric

داده شده است). اگر $\hat{\theta}$ یک تخمین نقطه‌ای از θ باشد، در صورتی زیان برابر صفر می‌باشد که $\theta = \hat{\theta}$ باشد در غیر اینصورت با افزایش $\left|\theta - \hat{\theta}\right|$، L نیز افزایش می‌یابد برای بدست آوردن میانگین زیان از تابع زیر استفاده می‌شود.

$$E\left[L(\hat{\theta},\theta)\right] = E\left[C(\theta-\hat{\theta})^2\right] = \int C(\theta-\hat{\theta})^2 g(\theta / y)d\theta$$

تابع زیان خطای مطلق (Absolote Error Loss Function)

در این حالت بصورت زیر تصریح می‌گردد

$$L(\hat{\theta},\theta) = \alpha\left|\hat{\theta}-\theta\right|$$

زمانیکه تابع زیان بصورت قدر مطلق خطا در نظر گرفته می‌شود میزان زیان انتظاری زمانی حداقل می‌گردد که $\hat{\theta}$ برابر با میانه توزیع باشد.[1]

تخمین بیزین ضرایب رگرسیون خطی:

از آنجاییکه بدست آوردن تخمین ضرایب در رگرسیونهای دو متغیره و مرکب بیزینی، مستلزم اثباتهای طولانی می‌باشد بنابراین در این قسمت تخمین ضرایب بدون ارائه روش اثبات بیان می‌گردد.

---

[1] [illegible]

تخمین بیزین ضرایب رگرسیون دو متغیره

معادله زیر را در نظر می‌گیریم

$$Y_i = \alpha + \beta x_i + U_i$$

با فرض اینکه فروض کلاسیک در مورد معادله (۹ـ۵) صادق باشد (می‌توان فرض کرد که X_i تصادفی باشد اما در این صورت باید مستقل از U_i توزیع شده باشد و تابع چگالی احتمال آن پارامترهای $\delta^2, \beta_2, \beta_1$ را شامل نشود). اگر از معادله (۹ـ۵) امید ریاضی بگیریم، میانگین شرطی بصورت زیر حاصل می‌شود.

$$E(Y_i \mid X_i, \alpha, \beta, \sigma^2) = \alpha + \beta X_i$$

حال با فرض اینکه n مشاهده داریم، می‌خواهیم احتمال نمونه مشاهده شده را بصورت تابعی از مقادیر α, β و σ^2بدست آوریم در نتیجه داریم:

$$p(Y / \alpha, \beta, \sigma^2) = P(Y_1 / 0) \times P(Y_2 / 0) \times \ldots\ldots \times p(Y_n / 0)$$

$$= \prod_{1^0=0}^{n} \left\{ \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp[-\frac{1}{2\sigma^2} [Y_i - (\alpha + \beta_i)]^2 \right\} = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{n}{2}} \sigma^n} \exp\left\{ -\frac{1}{2\sigma^2} [Y_i - (\alpha + \beta x_i)]^2 \right\}$$

$$p(Y / \alpha, \beta, \sigma^2) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{n}{2}} \sigma^n} \exp\left\{ -\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^{n} [Y_i - \alpha_1 - \beta X_i]^2 \right\}$$

از آنجائیکه Y_iها مشاهده شده و معلوم هستند بنابراین عبارت بالا را به تابع درستنمایی تغییر می‌دهیم[۱]

$$(L\alpha,\beta/Y_i)\alpha\frac{1}{\sigma^n}\exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2}\sum_{i=1}^{n}(Y_i-\alpha_1-\beta X_i)^2\right\}$$

حال اگر که این تابع درستنمایی را درتابع توزیع پیشین ضرب کنیم تابع توزیع پسین بدست می‌آید اما بسته به اینکه توزیع پیشین β,σ چگونه در نظر گرفته شود، توزیع حاصل پسین زیر بصورت متفاوتی حاصل می‌شود.

تخمین بنزین در رگرسیون مرکب[۲]:

در این قسمت توزیع پیشین اطلاعاتی [۳] (informative) در دو حالت مورد بررسی قرار می‌گیرد همچنین فرض می‌شود که توزیع پیشین دارای شکل مشابهی با توزیع چگالی درستنمایی باشد. که این نوع توزیع پیشین را توزیع پیشین همانند (Conjugate)

[illegible] $(2\pi)^{n/2}$ [illegible] (proportional) [illegible].

[illegible].

[illegible] BVAR,VAR [illegible] (SBVAR) [illegible]

[illegible] (Ignorance) [illegible] (Flat) [illegible].

می‌نامند لحاظ این توزیع باعث می‌شود که محاسبات مربوط به انتگرال‌گیری جهت حصول توزیع‌های حاشیه‌ای ساده‌تر گردد.

توزیع پیشین اطلاعاتی برای ضرایب و عدم لحاظ آن برای σ:

با فرض اینکه توزیع پیشین بصورت نرمال k متغیره با میانگین β و ماتریس واریانس ـ کواریانس] توسط محقق در نظر گرفته شده باشد همچنین واریانس معادله رگرسیونی معلوم باشد پسین حاصله برای میانگین و واریانس بصورت زیر بیان می‌شود.

$$E(\beta / y, x, \delta) = \left\{\mathring{\Sigma}^{-1} + [\sigma^2 (x'x)^{-1}]^{-1}\right\}^{-1} \left\{\mathring{\Sigma}^{-1}\beta^{\circ} + [\sigma^2 (x'x)^{-1} b]\right\}$$

$$E(\beta \mid y, x, \sigma) = F\beta^0 + (I - F)b \qquad (۵\_۱۳)$$

$$F = \left\{\mathring{\Sigma}^{-1} + [\sigma^2 (x'x)^{-1}]^{-1}\right\}^{-1} \mathring{\Sigma}^{-1} = \left\{[Var(\mathring{\beta})]^{-1} + [Var(b / y, x, \sigma)^{-1}]\right\}\left[Var(\mathring{\beta})\right]^{-1}$$

$$Var[B / y, x, \sigma] = \left\{\mathring{\Sigma}^{-1} + [\sigma^2 (x'x)^{-1}]^{-1}\right\}^{-1} \qquad (۵\_۱٤)$$

که در معادلات فوق $\mathring{\Sigma}, \mathring{B}, b$ به ترتیب تخمین زن روش کلاسیک، مقدار پیشین ضرایب (میانگین پیشین توزیع)، ماتریس واریانس پیشین می‌باشد. ملاحظه می‌شود که تخمین زن بنزین در (۵_۱۳) متوسط وزنی تخمین زن OLS و مقدار پیشین آن می‌باشد و F نیز به عنوان وزن واریانسهای پیشین و تابع چگالی درستنمایی می‌باشد.

توزیع پیشن اطلاعاتی برای ضرایب و σ:

در این حالت با این فرض که σ^2 مشخص نمی‌باشد توزیع پسین حاصله برای میانگین و واریانس بصورت زیر بیان می‌شود

$$E(B/y,x)=\left\{\mathring{\Sigma}^{-1}+[s^2(x'x)^{-1}]^{-1}\right\}^{-1}\left\{\mathring{\Sigma}^{-1}\mathring{\beta}+s^2(x'x)^{-1}b\right\}$$

$$Var(\beta/y,x)=\left[\frac{m}{m-2}\right]\left\{\mathring{\Sigma}^{-1}+[s^2(x'x)^{-1}]^{-1}\right\}^{-1}$$

که در معادله فوق m درجه آزادی بصورت m=n-k+d می‌باشد که n تعداد مشاهدات، k تعداد پارامترهای مدل و d درجه آزادی است که بصورت پیشین توسط محقق تعیین می‌شود همچنین s^2 تخمین σ^2 می‌باشد. در واقع d نیز پارامتر پیشین برای σ بوده که توسط محقق تعیین می‌شود براساس دو معادله فوق مشاهده می‌شود که هرچه تعداد نمونه افزایش یابد واریانس ضرایب کوچکتر و عکس آن بزرگتر می‌شود لذا وزن بیشتری را به b یعنی تخمین زن روش کلاسیک می‌دهد بنابراین با افزایش تعداد نمونه، نتایج به نظریه کلاسیک نزدیک می‌شود.

سرچشمه مدل سازی VAR:

قبل از دو دهه اخیر اقتصاد سنجی سنتی به منظور تخمین و تصریح ارتباط بین متغیرهای کلان اقتصادی از مدل‌های معادلات همزمان در مقیاس بزرگ استفاده می‌کرد

از این سیستم برای پیش‌بینی، تحلیل سیاستی و آزمون تئوریهای اقتصادی رقیب استفاده می‌شد.

فعالیت‌های تحقیقاتی انجام گرفته توسط کمیسیون کولیز (Cowles Commissions)در ایالات متحده امریکا در دوره (۱۹۷۰ـ۱۹٤۵) براساس استفاده از این مدلها در مقیاس بزرگ بود. این مدلها براساس شرایط تئوریکی منتج شده از نظریات کینز تصریح می‌شد. در اواخر دهه ۱۹۷۰ میلادی این شیوه مدل سازی به چند دلیل مورد حملات متعدد قرار گرفت:

نخست نوسانات زیاد در این سالها و بی‌ثباتی مرتبط با حوادث بی‌سابقه همچون، از هم پاشیدگی نظام برتون ودز و شوکهای نفتی منجر به شکست وسیع پیش‌بینی با استفاده از این مدلهای اقتصاد کلان شد ثانیاً اقتصاددانان اعتبار تئوری‌های کینزی را زیر سؤال بردند و از مدل‌های که در آن انتظارات عقلایی عاملان را مدنظر قرار می‌داد دفاع کردند و بیان نمودند که این مدل‌ها ارتباط بین متغیرهای کلان اقتصادی را بطور صحیح‌تر نمایش می‌دهد. ثالثاً متدلوژی مدلهای اقتصاد کلان در مقیاس بزرگ شدیداً بوسیله کریستوفر سیمز[1] (۱۹۸۲ـ۱۹۸۰) مورد انتقاد واقع شد او دو ضعف متدلوژیکی این مدلها را بیان کرد.

1- C.A.Sims

الف ـ تصریح سیستم معادلات همزمان براساس جمعی سازی مدلهای جزءای[1] بود بدون آنکه این مدلها ارتباط متقابل میان متغیرهای حذف شده را مدنظر قرار دهند[2].

ب ـ ساختار پویای این مدلها، اغلب به منظور فراهم آوردن قیدهای لازم برای رسیدن به شناسایی و یا شناسایی بیش از حد فرم ساختاری تصریح شده است.

با توجه به این انتقادها، سیمز از مدلهایی استفاده کرد که تصریح آن براساس ویژگی‌های آماری داده‌های تحت مطالعه بنا شده بود در حقیقت سیمز تصریح بردارهای خود رگرسیونی را پیشنهاد کرد یعنی مدلهای چند گانه‌ای که هر سری تحت مطالعه بروی تعداد معینی از وقفه‌های همه سریها بطور پیوسته رگرس می‌شود. از آنجائیکه استفاده از این مدل ها موفقیت گسترده‌ای را به همراه داشت و محققان ثابت کردند که این روش دارای ابزارهای آماری قابل انعطاف و مفید می‌باشد بنابراین در بسیاری از زمینه‌های تحقیقاتی بجای استفاده از سیستم معادلات همزمان این مدلها مورد استفاده قرار گرفتند.

فرآیند خود رگرسیون برداری (تعریف، تصریح، تخمین)

یک فرآیند خود رگرسیون برداری از درجه P [VAR(P)] برای یک سیستم شامل M متغیر بصورت زیر تعریف می‌شود.

1- aggregation of pratial equilibrium models

[illegible]

$$\overset{(1)}{y_t} = V + \theta_1 y_{t-1} + \ldots\ldots\ldots + \theta_p y_t - p + U_t$$

که در این سیستم شامل M معادله، $V=(v_1.....v_m)'$ یک بردار M بعدی و θ_i

$$\theta_i = \begin{bmatrix} \theta_{11,i} & \cdots & \theta_{1m,i} \\ \vdots & & \vdots \\ \theta_{m1,i} & \cdots & \theta_{mm,i} \end{bmatrix}$$

ماتریس ضرایب $(M \times M)$ $u_t = (u_{1t}....u_{mt})'$, همان ویژگی‌های استوکاستیکی موجود در خطاهای فرم حل شده در سیستم معادلات همزمان را دارا می‌باشد. حال اگر m این معادله موجود در سیستم (با فرض T مشاهده) را انتخاب کنیم داریم:

$$y_m = x\theta_m + U^m$$

که θ_m بردار ضرایب m امین معادله سیستم می‌باشد از آنجائیکه هر M معادله موجود در سیستم همین رگرسیون ماتریس x را دارند بنابراین M معادلـه موجـود در سیسـتم را بصورت زیر می‌توانیم بنویسیم[1]:

$$y = (I_m \otimes x)\theta + U \qquad E(UU') = \Sigma_u \otimes I_T$$

از آنجائیکه در چنین سیستم‌های، تخمین‌های GLS با LS یکسان مـی‌باشـند بنـابراین هر معادله موجود در سیستم را بوسیله روش LS بطور مجـزا مـی‌تـوانیم تخمـین بـزنیم بنابراین بدون از دست دادن کارایی تخمینی هر معادله بصورت زیر تخمین زده می‌شود.

$$\hat{\theta}_m = (x'x)^{-1}x'y^m$$

---

[1] [illegible]

و برای کل سیستم بطور فشرده داریم:

$$\hat{\theta} = [I_m \otimes (x'x)^{-1}x']y$$

همچنین در مدل فوق یک تقریب از ماتریس کواریانس $\hat{\theta}$ بصورت زیر مشخص می‌شود

$$\hat{\Sigma}_{\hat{\theta}} = \hat{\Sigma}_u \otimes (x'x)^{-1}$$

انتخاب درجه VAR:

برای انتخاب وقفه‌های بهینه در مدل‌های VAR معیارهایی طراحی شده‌اند که می‌توان به آزمون نسبت لاکیلهود (LR) معیار شوارتز (SC) و اکایک (AIc) اشاره کرد.

آزمون نسبت لاکیلهود بصورت زیر بیان می‌شود:

$$LR = (T - c)(\log|\Sigma_r| - \log\Sigma_u|)$$

برای استفاده از این آزمون ابتدا یک مدل VAR نامقید (با بیشترین وقفه ممکن) تخمین زده می‌شود آنگاه ماتریس کواریانس باقیمانده‌ها حساب می‌شود (Σ_u)، سپس طول وقفه را کاهش داده و ماتریس کواریانس مدل مقید برآورد می‌شود این آماره دارای توزیع χ^2 با درجه آزادی برابر با تعداد قیدهای تحمیل شده به سیستم می‌باشد (به عنوان مثال اگر ۳ وقفه کاهش یابد آنگاه $۳n^2$ که n تعداد معادلات سیستم می‌باشد، درجه آزادی این توزیع می‌باشد). در مدل فوق فرضیه صفر بصورت زیر بیان می‌شود.

H_0=طول وقفه برابر سیستم مقید است

اگر مقدار آماره فوق کمتر از χ^2 جدول در سطح معناداری مشخص باشد نمی‌توان فرضیه صفر را رد کرد لازم به ذکر است که در معادله فوق T تعداد مشاهدات، C تعداد پارامترها در سیستم نامقید (اگر تعداد پارامترها در معادلات سیستم یکسان نباشد معادله‌ای که بیشترین پارامتر را داراست در نظر گرفته می‌شود)

همچنین معیار (AIC) و (SC) بصورت زیر تعریف می‌شوند

$$AIC(n) = \ln \det(\hat{\Sigma}_n) + \frac{2M^2n}{T} \qquad n=1,\ldots P$$

$$Se(n) = \ln \det(\hat{\Sigma}_n) + \frac{M^2 n \ln T}{T}$$

که M تعداد متغیرها در سیستم و T حجم نمونه و $\hat{\Sigma}_n$ تخمین ماتریس کواریانس باقیمانده‌ها است که از مدل VAR(n) بدست می‌آید در معادلات بالا درجه P جایی بهینه است که معیار (SB) و (ATC) مینیمم شوند

موارد استفاده مدلهای VAR:

پیش بینی:

اگر فرآیند تولید مجموعه‌ای از متغیرها از نوع فرآیند بردار تصادفی شناخته شده باشد در این شرایط پیش‌بینی بهینه عبارتست امید شرطی همه اطلاعات داده شده تا دوره‌ای که پیش‌بینی برای آن انجام می‌گیرید بهینه در این‌جا به این معنی می‌باشد که میانگین

مربعات خطای پیش‌بینی (Forcast mean square error) هر متغیر مینیمم گردد بنابراین برای یک مدل VAR(p) می‌توان نوشت

$$y_T(h) = E_T[y_{T+h}] = v + \theta_i E_T[y_{T+h-1}] + ... + \theta_p E_T \theta_p [y_{T+n-p}]$$

که برای معادله فوق داریم: $y_T(h-i) = y_{t+h-i}, (i \geq h)$ و $E_T[V_{T+h}] = \circ$

از ماتریس میانگین مجذور خطا (MSE) اغلب به عنوان سنجه‌ای از عدم اطمینان پیش‌بینی استفاده می‌شود (Forcast uncerteinty) که ماتریس (MSE) برای پیش‌بینی مرحله n ام بصورت زیر نشان داده می‌شود.

$$\Sigma(n) = E[[y_{T+h} - y_T(h)][y_{T+h} - y_T(h)]']$$

از آنجائیکه پیش‌بینی $y_T(h)$ بدون تورش است یعنی $E[y_{T+h} - y_T(h)] = 0$. $\Sigma(h)$ ماتریس کواریانس خطای پیش‌بینی است که برای یک سیستم VAR(P) بصورت زیر بیان می‌شود

$$\Sigma(h) = \Sigma_u + M_1 \Sigma_u M_1' + ... + M_{h-1} \Sigma_u M'_{h-1} = \Sigma_{(h-1)} + M_{h-1} \Sigma_u M'_{h-1}$$

علیت گرنجر

فرض کنید برای تحلیل یک بردار $(n \times 1)$ سری زمانی پایای y_t، آن را بـه دو بـردار کوچکتر (sub-vector)، y_{1t} و y_{2t} افراز کنـیم کـه ابعـاد آنهـا $(n_1 \times 1)$ و $(n_2 \times 1)$ باشـد بطوریکه $n_1+n_2=n$، در اینصورت می‌توانیم عبارت زیر را تعریف کنیم.

$$It = \{y_\tau : \tau \geq t\}, \quad I_{2t} = \{y2>: \tau \leq t\}$$

که I_t شامل مجموعه اطلاعات گذشته و حال مقادیر برادر y_t و I_{2t} شـامل مجموعـه اطلاعات گذشته و حال بردار y_{2t} می باشد. در این حالت مفهوم علیت گرنجـر را بـدین صورت می توانیم بیان کنیم که بردار y_{1t} علیت – گرنجر بردار y_{2t} اگر کـه تـابع چگـالی پیش‌بینی بردار y_{2t} بصورت زیر بیان شود.

$$P(y_{2t+h} / I_t) \equiv p(y_{2t+h} / I_{2t}) \quad , \forall \quad h \geq 1$$

که عبارت فوق بدین معنی می‌باشد که مقادیر گذشته و حال بـردار y_1 نمـی‌توانـد در پیش‌بینی مقادیر آتی y_2 مؤثر باشد.

حساب شوکها و تجزیه واریانس خطای پیش‌بینی:

استفاده دیگر از مدلهای VAR که بوسیله سیمز (۱۹۸۱ــ۱۹۸۰) و دیگـران عمومیـت یافته است گاهی اوقات حساب شوکها نامیده می‌شود ایـن واژه بـه واکـنش سیسـتم بـه شوک در یکی از متغیرها اشاره می‌کند بجای شوک در متغیرها گاهی اوقات یـک شـوک

انحراف معیار موردنظر ملاحظه قرار می‌گیرید. اگر یک مدل VAR(p) را بصورت یک فرایند میانگین متحرک نمایش دهیم داریم:

$$y_t = \mu_t + \sum_{i=0}^{\infty} M_i u_{t-i}$$

که در معادله فوق k_j امین عنصر M_i واکنش k امین متغیر به یک شوک واحد تجربه شده بوسیله متغیر j را در i دوره پیش نمایش می‌دهد (مشروط براینکه این اثر بوسیله دیگر شوکها به سیستم سرایت پیدا نمی‌کند). مشکلی که در مدل فوق وجود دارد اینست که u_iها همبسته هستند بنابراین این امر واکنش واقعی سیستم را مبهم می‌سازد برای رفع این مشکل حساب شوکها اغلب بوسیله یک VAR تغییر شکل یافته انجام می‌پذیرد که فرایند نوفه سفید، ماتریس کواریانس قطری دارد بطوریکه هیچ ارتباط آنی میان اجزاء وجود ندارد. از آنجائیکه ماتریس کواریانس Σ_u از یک مدل VAR(p) معین مثبت است یک ماتریس غیر منفرد مانند P وجود دارد بطوری‌که $P\Sigma_u P' = I$ باشد حال اگر معادله را بدین صورت بازنویسی کنیم داریم

$$y_t = \mu + \sum_{0}^{\infty} M_i P^{-1} P u_{t-i} = \mu + \sum_{i=0}^{\infty} \Psi_i w_{t-i}$$

که $\Psi_i = M_i p^{-1}$ و $w_t(w_{it},\ldots w_{mt}) = Pu_t$ می‌باشد و بردار w_tویژگی‌های مناسب، یعنی اینکه اجزای آن ناهمبسته و دارای واریانس واحد هستند را دارا می‌باشد.

$$E[w_t w_t'] = P\ E[u_t u'_t]p' = I$$

همیچنین ماتریس Ψ_i واکنش سیستم y_t واکنش سیستم y_t به شوکهای واحد w_{mt} را نشان می‌دهد. مشکلی که در این حالت وجود دارد اینست که ماتریس p یکتا نمی‌باشد (nonuiqueness) در نتیجه Ψ_i نیز یکتا نمی‌باشد به عبارت دیگر p های زیادی وجود دارند که $P\Sigma_u P' = I$ می‌کند اگر اطلاعات اولیه‌ای وجود داشته باشد که یکی از P ها را ترجیح دهد مشکل شکل فوق رفع می‌شود.

نمایش مدل VAR(P) بصورت (۲۹ـ۵)، امکان دیگری برای تفسیر متغیرهای وجود در سیستم را پیشنهاد می‌کند اگر ماتریس کواریانس خطای پیش‌بینی (MSE) از یک پیش‌بینی K مرحله‌ای را بصورت زیر بنویسیم داریم.

$$\Sigma(h) = \Sigma_u + M_1\Sigma_u M_1^1 + ... + M_{h-1}\Sigma_u M'_{h-1}$$
$$= p^{-1}p\Sigma_u P'(P^{-1}) + M_1\ P^{-1}P\Sigma_u P'(P^{-1})'M_1 + ... + M_{h-1}P^{-1}P\Sigma_u P'(P^{-1})'M'_{h-1}$$
$$= \Psi_\circ\Psi_\circ' + \Psi_1\Psi_1' + ... + \Psi_{h-1}\Psi_{h-1}$$

که m امین عنصر قطری $\Psi_n\Psi_n'$ فقط مجموع مربعات عناصر در m امین ردیف Ψ_n است همچنین مجموع m امین عنصر قطری رابطه (۳۳ــ۵)، MSE یا واریانس خطای پیش‌بینی، h مرحله پیش‌بینی متغیر y_m می‌باشد توزیع شوکها در j امین متغیر به این MES بصورت زیر نشان داده می‌شود

$$\psi^2_{mj,\circ} + \psi^2_{mj,1} + ... + \psi^2_{mj,h-1}$$

که $mj, \psi_{mj,n}$ امین عنصر Ψ_n می‌باشد این تجربه واریانس خطای پیش‌بینی در داخل اجزاء بوسیله شوکهایی که به صورت انفرادی متغیرها را تحت تأثیر قرار می‌داد، بدست می‌آید.

محدودیتهای مدل UVAR:

از جمله محدودیت‌های که در مدل UVAR وجود دارد می‌توان به موارد زیر اشاره کرد.

الف ـ سازنده یک مدل ممکن است که اعتقاد داشته باشد که بعضی از ضرایب متغیرهای موجود در مدل دارای علامت خاصی باشند، اما در مدلهای UVAR ضرایب نهایی که از تخمین بدست می‌آید بدون توجه به اعمال این محدودیت و اعتقاد پیشین تخمین زده می‌شود.

ب ـ از آنجائیکه متغیرهای موجود در مدل UVAR زیاد می‌باشد پیش‌بینی و ارتباط متقابل بین متغیرها یکی از مشکلات جدی مدل‌های UVAR می‌باشد. زیرا داده‌های درست که محققان در اختیار دارند کم می‌باشد

پ ـ روشهای آماری که برای تخمین ضرایب بکار می‌رود (مثلاً روش OLS) بهتر ین تشریح را از داده‌های موجود بدست می‌آورد در حالی‌که داده‌های که برای ارتباط بین متغیرها بکار می‌روند بوسیله اثرات تصادفی متعدد پیچیده می‌شوند.

ت ـ از آنجائیکه مقادیر جاری و گذشته هر متغیر در هر معادله ظاهر می‌شود تعداد ضرایب تخمینی، در مقایسه با تعداد مشاهدات بسیار زیاد می‌باشد بنابراین ضرایب به برازش بیش از حد (over fiting) دوچار می‌باشند و این برازش بیش از حد ارتباط ضرایب موجود در مدل را گمراه می‌کند.

از مدل‌های ساختاری تا مدلهای BVAR:

در مدلهای ساختاری اقتصاد سنجی که بطور وسیع پیش‌بینی‌های اقتصادی را انجام می‌دهند مشکل برازش بیش از حد بوسیله وارد کردن متغیرهایی در معادله که تئوری اقتصادی پیشنهاد می‌کند و بیشترین ارتباط را با متغیر وابسته دارد انجام می‌پذیرد بنابراین تئوری اقتصادی منبع اصلی اعتقادات پیشین در مدلهای ساختاری می‌باشد و این اعتقادات پیشین این مشکل را بوسیله خارج کردن تعداد زیادی از متغیرهای موجود در معادلات انجام می‌دهند باید توجه شود که خارج شدن متغیرها از معادلات با اطمینان بیان می‌کند که این ضرایب صفر هستند بنابراین چنین قیودی اطلاعات مفید موجود در داده‌های تاریخی (historical data) را نادیده می‌گیرید.

این امر باعث شد که عده‌ای از اقتصاد دانان به قیدهای مذکور شک کنند و بیان کردند که این قیدها در پیش‌بینی همانند حصار عمل می‌کند بنابراین روش بردارهای خود رگرسیون بیزینی را گسترش دادند که دارای انعطاف بیشتر و بطور صحیح‌تر اعتقادات پیشین آماری را نشان می‌دهد در ابتدا به نظر می‌رسد که مدلهای BVAR با مدلها

UVAR هیچ تفاوتی نداشته باشد (مقادیر جاری و با وقفه همه متغیرها در هر دو مدل وجود دارد)، اما به دلیل استفاده زیاد از اعتقادات پیشین برای کاهش تخمین بیش از حد به مدلهای ساختاری شبیه می‌باشد هرچند که منابع اعتقادات پیشین و راههای که از این اعتقادات پیشین استفاده می‌شود در مدل‌هایBVAR نسبت به مدلهای ساختاری متفاوت هستند در روش BVAR محققان از اعتقادات پیشین آماری ودانش اقتصادی برای حدس‌زدن (guess) مقادیری از ضرایب که منجر به بهترین پیش‌بینی می‌شود استفاده می‌کنند بنابراین در روش BVAR نظریه آماری و مشاهدات منبع اصلی اعتقادات پیشین است در حالی‌که در مدل‌های ساختاری نظریه اقتصادی منبع اصلی اعتقادات پیشین است.

در مدل‌های BVAR تخمین بش از حد بوسیله انتخاب تعداد زیادی ضریب، اما تعدیل تأثیر داده‌ها بروی آنها انجام می‌شود بنابراین مادامیکه مدل سازان اعتماد کافی به حدس‌هایی که درباره ضرایب بیان می‌کنند داشته باشند، این امر باعث می‌شود که الگویهای تصادفی که ممکن است در داده‌ها تولید شود، برازش بیش از حد و یا حذف کامل یک متغیر اصلاح شود مزیت این روش نسبت به روشهای دیگر اینست که در امر تولید داده‌ها با اعتقادات پیشین (برای پیش‌بینی) عینی‌تر[1] و تجدیدشدنی‌تر[2] می‌باشد که

1- More objective

این امر بوسیله چند محقق تأیید شده است. از آنجایکه این روش بوسیله اقتصادانانی انجام گرفته در دانشگاه مینه سوتا و فدرال رزروبانک مناپولیس فعالیت می‌کردند، این روش به سیستم اعتقاد پیشین مینه سوتا معروف شده است.

طریقه اعمال اطلاعات پیشین مینه سوتا

اولین مرحله در استفاده از مدلهای اعتقاد پیشین مینه سوتا محدود کردن مجموعه مدلهای ممکن بوسیله انتخاب متغیرها و ارتباط آنها بوسیله سیستم معادلات خطی می‌باشد بطور معمول انتخاب متغیرها تا اندازه‌ای بوسیله مدلساز انجام می‌گیرد همچنین بوسیله دلایل اقتصادی و تجربه‌های عملی متغیرهای دیگری که می‌توانند به این امر کمک کنند انتخاب می‌شوند بعد از انتخاب متغیرها، اعتقادات پیشین بوسیله تعیین احتمالاتی در مورد مجموعه متغیرهای موجود در مدل که منجر به بهترین پیش‌بینی می‌شود انجام می‌گیرد در این روش بهترین حدس از ضرایب تقریباً برابر با فرضیه گام تصادفی با رانش[1] می‌باشد این فرضیه بروی مشاهدات آماری که اغلب منبع عمده مشکلات مدلساز می‌باشد مورد استقاده قرار می‌گیرد زیرا رفتار بسیاری از متغیرهای اقتصادی چنان به نظر می‌رسد که غیرقابل پیش‌بینی اند برای یک چنین متغیرهای بهترین پیش‌بینی آنست که مقدار آتی متغیر برابر مقدار جاری آن باشد مقادیر پیشین ضرایب مدل VAR که همان میانگین‌های توزیع پیشین ضرایب می‌باشند برای اولین وقفه خودی

[1]- rondom walk hypothesis with drift

(First own lag) برابر یک و برای بقیه ضرایب صفر در نظر گرفته می‌شود (در هر معادله اولین وقفه از متغیر وابسته برابر یک و بقیه وقفه‌ها صفر در نظر گرفته می‌شود) از آنجائیکه این اقدام یک روش بیزینی است بنابراین روش پیشین مینه‌سوتا نمی‌تواند اطمینان کامل به بهترین حدس (guess) منتج شده از فرضیه گام تصادفی داشته باشد بنابراین مدلساز باید یک اندازه کمی از اعتماد را برای بهترین حدس ارائه دهد بنابراین در این روش از چیزی استفاده می‌شود که آمار دانان آن را واریانس پیشین ضریب[1] می‌نامند برای تعیین این واریانس پیشین ضریب که در واقع میزان کشیدگی توزیع ضرایب می‌باشد از این ایده استفاده می‌شود که وقفه‌های طولانی‌تر، اطلاعات کمتری را برای توضیح متغیر وابسته ارائه می‌دهند لذا هر چه طول وقفه طولانی‌تر می‌شود مقدار واریانس کوچکتر شده و محقق با قطعیت و احتمال بالاتری ضریب صفر بودن متغیر را می‌پذیرد شکل (الف ٤ــ٥) و (ب ٤ــ٥) توزیع پیشین ضرایب وقفه‌های خودی و وقفه‌های متقاطع را نشان می‌دهد همانطور که ملاحظه می‌شود هرچه که وقفه‌ها طولانی تر می‌شود (چه برای وقفه‌های خودی و متقاطع) کشیدگی توزیع حول میانگین بیشتر می‌شود و مدلساز با احتمال بالاتری میانگین صفر را می‌پذیرد همچنین دیده می‌شود که وقفه‌های ابتدایی متغیرهای متقاطع دارای میانگین صفر بوده اما توزیع در حول میانگین بسیار پخ می‌باشد این بدان معنی است که محقق میانگین صفر را پذیرفته اما احتمال

1- Pror variance cofficient

کمتری را برای این مقدار در نظر می‌گیرد و در واقع به داده‌ها اجازه می‌دهد که با توجه به تخمین درستنمایی و واریانس مربوطه مقدار آن تعیین گردد همچنین به واریانس پیشین‌های متقابل یک وزن داده می‌شود که عامل واریانس (own-versus-cross) نام دارد در واقع این فاکتور مقیاس باعث می‌شود که واریانس پیشین متقاطع بطور یکتا در مقابل واریانس پیشین خودی قابل مقایسه باشد به عبارت دیگر این فاکتور تفاوت‌های مربوط به واحدهای شمارش را لحاظ کرده و باعث می‌شود تا اطلاعات پیشین بدون توجه به واحد اندازه‌گیری متغیر تعیین گردد از آنجائیکه توزیع ضرایب بصورت نرمال در نظر گرفته می‌شوند همبستگی بین ضرایب (کواریانس ضرایب) صفر در نظر گرفته می‌شود.

بیان اطلاعات پیشین مینه سوتا بصورت جبری:

اگر $(\mathring{s}_{ijk})$ و $(\mathring{b}_{ijk})$ به ترتیب میانگین و انحراف معیار توزیع پیشین باشند که iوjوk به ترتیب نمایانگر شماره معادله، شماره متغیر حاضر در معادله نمونه VAR و شماره طول وقفه باشند در این صورت داریم.

$$(\mathring{b}_{ijk}) \Rightarrow \begin{cases} \mathring{b}_{ijk} = 1 & \text{اگر } i = j \text{ و } K = 1 \\ \mathring{b}_{ijk} = \circ & \text{اگر } k > 1 \text{ و } i \neq j \forall k \text{ و } i = j \end{cases}$$

$$SE(\mathring{b}_{ijk}) = (\mathring{b}_{ijk}) \Rightarrow \quad \text{اگر } i = j \text{ و } \forall_! k$$

$$\mathring{S}_{ijk} = \frac{OT}{k^d}$$

$$\mathring{S}_{ijk} = \frac{OT.w}{k^d}.\frac{\hat{s}i}{\hat{s}j} \qquad \text{اگر} \qquad i \neq j \text{ و } \forall k$$

در معادلات فوق W,d ،OT بعنوان پارامترهای اصلی [1] شناخته می‌شوند که OT [2] بیانگر کشیدگی کلی توزیع می‌باشد (انحراف معیار اولین وقفه خودی می‌باشد) و d کاهش‌دهنده واریانس ها برحسب طول وقفه [3] می‌باشد که هرچه بزرگتر باشد.

توزیع کشیده‌تر می‌شود که بدین معنا است که مقدار میانگین پیشین با قطعیت بیشتری مورد پذیرش قرار می‌گیرد، در واقع این عامل باعث می‌شود که واریانس‌ها بطور یکنواخت، زمانی که طول وقفه افزایش می‌یابد، کاهش یابند همچنین w عبارت است از کشیدگی سنی توزیع [4] می‌باشد این ضریب می‌تواند بین کشیدگی‌های توزیع برای متغیر خودی و متقاطع تفاوت قائل شود با کاهش دادن مقدار w، اثرهای متقابل بین متغیرهای متقاطع با متغیر وابسته کاهش می‌یابد در ضمن $\frac{\hat{S}i}{\hat{S}j}$ فاکتور مقیاس [5] می‌باشد که $\hat{S}_i$ انحراف معیار باقیمانده‌ها از یک مدل خود رگرسیونی تک متغیره نامقید برای متغیر i می‌باشد (تعداد وقفه‌ها در این معادله معمولاً برابر تعداد وقفه‌های مدل BVAR در نظر

1- Hyper Parameters

2- overal Tightness

3- day Decay

4- Relative Tightness

5- Scaling Factor

گرفته می‌شود در روش مینه سوتا مقادیر OT و d به ترتیب برابر ۰/۱ و ۱ در نظر گرفته می‌شود همچنین مقادیر w بر ای متغیرهای خودی برابر یک و برای کلیه وقفه‌های دیگر ۰/۵ در نظر گرفته می‌شود چون نحوه تعیین مقادیر پیشین برای تمام معادلات VAR یکسان می‌باشد و w بصورت قرینه برای متغیرهای متقاطع ۰/۵ در نظر گرفته می‌شود این شیوه را اطلاعات پیشین قرینه مینه‌سوتا می‌نامند در مقاله‌ای که بوسیله سیمز، لیترمن و دوان [1] (۱۹۸٤) ارائه گردیده است مقادیر w_{ij} برای وقفه‌های متقاطع بصورت متفاوت تعیین گردیده که این روش را روش عمومی یا غیر قرینه اطلاعات پیشین مینه سوتاه می‌نامند.

(۵ـ۳۷) $i = j$ اگر $f_{ij} = 1$ (روش $w = f(i, j)$

$i \neq j$ اگر $0 < f_{ij} < 1$ عمومی)

(۵ـ۳۸) $i = j$ اگر $f_{ij} = 1$

$i = j$ اگر $f_{ij} = \overline{w}$ (روش قرینه) $w = f(i, j)$

حال اگر این اطلاعات پیشین و مقادیر حاصل از تابع درستنمایی براساس قضیه بیز ترکیب شوند تخمین‌های بیزی بدست می‌آیند علاوه بر تخمین‌های بیزینی که در قسمت

[1]- forcasting and conditional projection using Realistic prior distribution Tomas Doan, Robert litterman and c.s.sims, econometric Reviews, (1984), vol.3, no.1,pp.1-100

(٤ـ٥) بیان گردید یک روش دیگر برای محاسبه تخمین‌های بیزینی روش قیـود تصـادفی تایل ـ گلدبرگر می‌باشد که بصورت زیر بیان می‌شود.

$$y = x\beta + \varepsilon$$

$$s.t = R\beta + u.\text{یا}\quad r = \left[\frac{\sigma}{\overset{\circ}{\sigma}_{ijk}} \otimes I\right] \times B + u$$

که r و R بیانگر میانگین پیشین و واریانس پیشین ضرایب همچنین δ و $\overset{\circ}{\delta}_{ijk}$ به ترتیب انحراف معیار رگرسیونی و انحراف معیار پیشین ضرایب (متغر j در معادله i در وقفـه k) می‌باشد با توجه به معادلات بالا تخمین زننده‌ها بصورت زیر بیان می‌شوند.

$$\hat{\beta} = [x'x + R'R]^{-1}[x'y + R'r]$$

$$Var(\hat{\beta}) = \hat{\delta}^2 [x'x + R'R]^{-1}$$

که در معادله (٤٠ـ٥) $\hat{\delta}^2$ واریانس معادله بوده و بصورت زیر تعریف می‌شود

$$\hat{\delta}^2 = \frac{(y - x\tilde{\beta})(y - x\tilde{\beta})}{n - k}$$

که در معادله (٤١ـ٥) $\tilde{\beta}$ تخمین OLS از β، (n-k) درجه آزادی، n تعداد مشـاهدات و k پارامترهای تخمین زده شده در معادله می‌باشد.

Filename: Document1
Directory:
Template: C:\Documents and Settings\hadi tahaghoghi\Application Data\Microsoft\Templates\Normal.dotm
Title:
Subject:
Author: H.H
Keywords:
Comments:
Creation Date: 3/18/2012 11:35:00 PM
Change Number: 1
Last Saved On:
Last Saved By: hadi tahaghoghi
Total Editing Time: 1 Minute
Last Printed On: 3/18/2012 11:35:00 PM
As of Last Complete Printing
Number of Pages: 31
Number of Words: 4,478 (approx.)
Number of Characters: 25,527 (approx.)