مقدمه

فصل اول

تحلیل مدارهای جریان مستقیم: سه روش تحلیل(۱- جمع آثار ۲- پتانسیل گره ۳- جریان حلقه) بصورت زیر می باشد که قبل از توضیح آنها تعریف(گره، شاخه، حلقه) لازم است.

شاخه: مسیری که یک یا چند عنصر الکتریکی در آن قراردارد و انشعابی از آن گرفته نشده باشد مثال(شاخه AB)(شکل زیر).

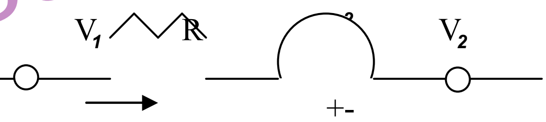
گره: محل اتصال چند شاخه به یکدیگر است مثال(گره A شکل زیر)

حلقه: هر مسیر بسته ای که شامل یک یا چند عنصر الکتریکی باشد مثال(حلقه ABCDA شکل زیر).

۱- روش جمع آثار : دراین روش اثر هر منبع فعال بطور جداگانه بررسی می شود برای این کار بجای منابع دیگر مقاومت داخلی شان قرار داده می شود« بی اثر کردن منابع فعال دیگر» از ترکیب بررسی های انجام شده جوابهای مسئله مشخص می شود.

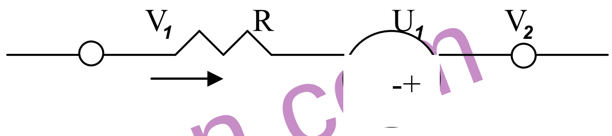
۲- روش پتانسیل گره: در این روش یک نقطه را بعنوان مبنا انتخاب کرده و پتانسیل بقیه نقاط را نسبت به آن می سنجیم برای این کار برای هر گره یک پتانسیل $(V_1, V_2, ...)$ انتخاب گروه و در هر گروه به غیر از مبنا $\Sigma I = 0$ را با توجه به پتانسیل آن گره و گره های دیگر می نویسیم برای این کار فرض می کنیم که پتانسیل آن گره از سایر گره ها بیشتر است در نتیجه همه جریانها از

گره خارج می شوند و علامت آنها مثبت می شود« به غیر از شاخه هائی که منبع جریان با مقدار وجهت مشخص وجود دارد» با تشکیل دستگاه معادلات و حل آنها پتانسیل های مجهول بدست می آید و با استفاده از آنها جریان شاخه مشخص می شو. برای نوشتن جریان در هر شاخه برحسب پتانسیل دوسر آن وعوامل موجود در آن به شکل زیر باید عمل کرد:



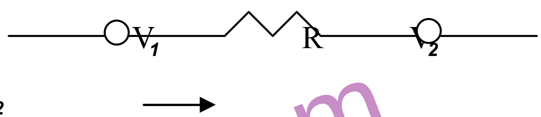
$$I = \frac{V_1 \quad V_2 \quad U_2}{R}$$

I



$$I = \frac{V_1 \quad V_2 + U_1}{R}$$

I



$$I = \frac{V_1 \quad V_2}{R}$$

I

دراین روش وجود منبع ولتاژ در یک شاخه به تنهایی دو حالت خاص زیر را ایجاد می کند« جریان منبع ولتاژ قبل از حل نامشخص است و معادله ای برای جریان آن نمی توان نوشت».

a- یک منبع ولتاژ به تنهایی در یک شاخه بین یک گره و مبنا وجود دارد. در این حالت مسئله ساده شده زیرا پتانسیل آن گره مشخص است.

$V_1 = \quad U_1 \qquad V_1 = U_1$

b- یک منبع ولتاژ به تنهایی در یک شاخه بین دو گره« به غیراز مبنا» وجود دارد در این حالت باید از گره بزرگ استفاده کرد.

«$\Sigma I = 0$ » kcl برای گره بزرگ نیز صادق است»

$V_2 \quad V_1 = U_1$

همچنین در این حالت اختلاف پتانسیل دو گره موردنظر ثابت بوده و تشکیل یک معادله می دهد که با معادلات دیگر تشکیل یک دستگاه شده و با حل دستگاه پتانسیلهای مجهول بدست می آید.

(منظور از U_1 مقدار مشخص است)

$V_1 \quad V_2 = U_1$

۳- روش جریان حلقه: در این روش در حقیقت انتخاب جهت جریان در شاخه و جهت گردش برای نوشتن kv^L را در هم ادغام می کنیم و یک جهت جریان حلقه در حلقه در نظر می گیریم و KV^L (($\Sigma U = 0$)) را در همان جهت با توجه به جریان آن حلقه و حلقه های مجاور می نویسیم و با تشکیل دستگاه معادلات و حل آنها جریان حلقه و با استفاده از آنها جریان شاخه ها بدست می آید.

در این روش نیز دو حالت خاص بوجود می آید. وجود منابع جریان یک شاخه دو حالت خاص زیر را ایجاد می کند« ولتاژ دوسر منبع جریان قبل از حل نامشخص است و معادله ای برای آن نمی توان نوشت».

a- منبع جریان در یک شاخه متعلق یک حلقه وجود دارد. در این حالت جریان آن حلقه برابر جریان منبع می باشد و مسئله ساده تر می شود.

b- منبع جریان در یک شاخه در حلقه ها یک جهت حلقه گردش در حلقه بزرگ انتخاب می کنیم و kv^L را با توجه به جریان حلقه ها در حلقه بزرگ می نویسیم ضمناً یک معادله نیزاز شاخه ای که منبع جریان در آن وجود دارد بدست می آید« برآیند جریان دو حلقه برابر جریان منبع است» که با بقیه معادلات تشکیل دستگاه معادلات داده و با حل آنها جریان ها بدست می آید روش دیگر در این مورد این است که جریان منبع جریان را برای یک حلقه در نظر می گیریم ودر حلقه بزرگ یک جهت جریان انتخاب می کنیم و معادله kv^L آنرا می نویسیم« این روش در کتاب مدارهای الکتریکی توضیح داده شده است».

در مورد مدار زیر هر دو روش را بکار می بریم:

$$\begin{cases} I_S = 5^A \\ 40+4I_1+6(I_1+I_S)=0 \end{cases} \qquad \begin{cases} 40+4I_1+6I_2=0 \\ I_2 \quad I_1 = 5 \end{cases}$$

$$I_{6\Omega}=I_1+I_S=1+5=6^{(A)} \qquad I_{4\Omega}=I_1=1^{(A)} \qquad I_{6\Omega}=I_2=6^{(A)} \qquad I_{4\Omega}=I_1=1^{(A)}$$

برای بدست آوردن مجهولی در یک قسمت از مدار بقیه مدار را می توان با استفاده از تبدیل منابع ساده کرد تبدیل منابع بصورت زیر می باشد.

یک منبع ولتاژ با مقاومت سری را می توان یک منبع جریان با مقاومت موازی تبدیل نموده و بالعکس:

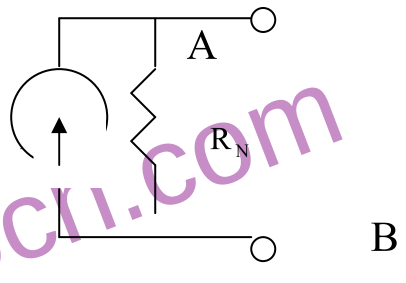
$$I_S = \frac{V_S}{R_P} \qquad V_S = R_P . I_S$$

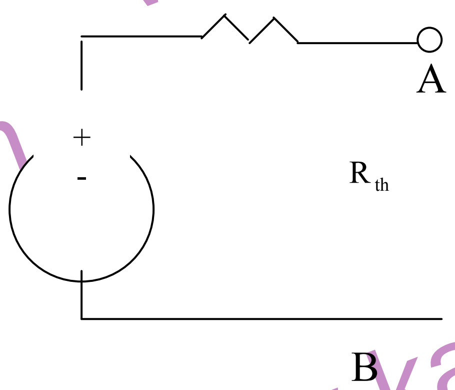
$$R_P = R_S \qquad R_S = R_P$$

نکته مهم: درقسمتی از مدار که مجهولی موردنظر است عمل تبدیل نبایدانجام شود زیرا مقادیری که در قسمت تبدیل شده بدست می آید مربوط به مدار اصلی نیست:

معادل تونن و نورتن:

چنانچه هدف بررسی رفتار یک مدا ر نسبت به یک عنصر خاص باشد مثلا« مقاومت بار R^L که بین دو نقطه B,A قرا رداشته باشد» می توان همه مدار را به غیر از آن عنصر تبدیل به یک منبع ولتاژ با یک مقاومت سری ویابه یک منبع جریان با مقاومت موازی نمود که بصورت اول معادله تونن مدار و در صورت دوم معادل نورتن مدار را بدست آورده ایم.





معادله نورتن

معادله تونن

مقاومت تونن و مقاومت نورتن با هم برابر هستند $R_{th} = R_N$

طریق محاسبه مقاومت تونن و نورتن (R_N, R_{th})

۱- مقاومت بار را برمی داریم.

۲- تمام منابع فعال را حذف کرده و بجای آنها مقاومت داخلی شان را قرار می دهیم.« بنابراین بجای منبع ولتاژ ایده آل اتصال کوتاه و بجای منبع جریان ایده آل مدار باز قرار می دهیم».

۳- از دیدگاه موردنظر مقاومت معادل مدار بدست آمده را محاسبه می کنیم، این مقاومت برابر R_{th} و R_N می باشد.

طریقه محاسبه تونن (V_{th})

۱- مقاومت بار را برمی داریم.

۲- مدار بدست آمده را توسط یکی از روشها تحلیل کرده و ولتاژ بین دو نقطه موردنظر« مثلاً B,A » را بدست می آوریم، این ولتاژ برابر ولتاژ تونن است که با توجه به عملیات انجام شده می توان رابطه زیر را نوشت:

$V_{O.C.AB}$ ولتاژ مدار باز AB $\qquad V_{th} = V_{O.C.AB}$

طریقه محاسبه جریان نورتن (I_N) $\qquad V_{th} = V_{AB.O.C}$ یا:

۱- مقاومت بار را بر می داریم و بجای آن اتصال کوتاه رسم می کنیم« بطور مثال مقاومت بین نقطه B,A قرار دارد این دو نقطه را اتصال کوتاه می کنیم».

۲- مدار بدست آمده را توسط یکی از روشها تحلیل می کنیم و جریانی را که از اتصال کوتاه انجام شده« مسیر AB » عبور می کند محاسبه می کنیم، این جریان برابر جریان نورتن می باشد که با توجه به عملیات انجام شده می توان رابطه زیر را نوشت:

$I_{sh.C.AB}$ جریان اتصال کوتاه AB $\qquad I_N = I_{sh.AB}$

یا $I_N = I_{AB.sh}$

تطبیق توان یا دریافت حداکثر توان مقاومت بار (R_L).

شرط اینکه مقاومت بار حداکثر توان را از مدار دریافت کند این است که مقدار آن برابر مقدار مقاومت تونن یا نورتن باشد.

$$R_L = R_{th} = R_N \Leftrightarrow P_L = MAX$$

برای محاسبه توان ماکزیمم در مقاومت بار می توان R_L را برابر R_{th} یا R_N انتخاب کرده و در معادله تونن یا نورتن قرار داده و توان آن را محاسبه کرد و یا اینکه مستقیماً از دو فرمول زیر استفاده نمود:

$$P_{LMAX} = \frac{V_{th^2}}{4} \quad \text{و} \quad P_{LMAX} = \frac{I_{N^2} . R_N}{4}$$

محاسبه جریان سلف و خازن در حالت ماندگار در مدارهای DC :

سلف در جریان مستقیم در حالت ماندگار مانند یک اتصال کوتاه است. بنابراین برای محاسبه آن در حالت ماندگار کافی است که جریان نورتن بین دو نقطه ای که سلف قرار دارد را محاسبه نمود و انرژی ذخیره شده در آن را از رابطه زیر بدست آورد:

$$W_L = \frac{1}{2} L I_L^2$$

خازن در جریان مستقیم در حالت ماندگار مانند یک مدار باز است. بنابراین برای محاسبه ولتاژ آن در حالت ماندگار کافی است که ولتاژ تونن بین دو نقطه ای که خازن قرار دارد را محاسبه نمود و انرژی ذخیره شده در آن را از رابطه زیر بدست آورد:

$$W_C = \frac{1}{2} C V_C^2$$

در فصل دوم و فصهای بعد در محاسبات اکثراً از مثلث قائم الزاویه استفاده می شود بنابراین لازم است که روابط موجود در این مثلث را بخوبی بشناسیم:

رابطه فیثاغورث $a^2 = b^2 + c^2$

$$a = \sqrt{b^2 + c^2} \quad \Rightarrow \quad b = \sqrt{a^2 - c^2} \quad \Rightarrow c = \sqrt{a^2 - b^2}$$

$$\sin\alpha = \frac{c}{a} \quad \Rightarrow \quad c = a \sin\alpha$$

$$\cos\alpha = \frac{b}{a} \quad \Rightarrow \quad b = \cos\alpha \quad \text{و} \quad \tan\alpha = \frac{c}{b} \Rightarrow c = b \tan\alpha$$

شناخت دایره مثلثاتی نیز به تحلیل مطالب کمک می کند. دایره مثلثاتی دایره ای است به شعاع واحد و جهت مثلثاتی نیز جهت خلاف عقربه های ساعت می باشد.

فعال= عناصری که انرژی مدار را تأمین می کند مانند منبع

ولتاژ و منبع

جریان

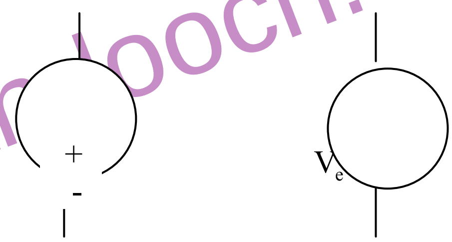
عناصر مدار

غیرفعال= عناصری که انرژی مدار را مصرف و یا در خود ذخیره می کند

و به مدار پس می دهند مانند مقاومت، سلف، خازن

تعریف منبع ولتاژ ایده آل : منبعی است که انرژی مدار را در ولتاژ ثابت تأمین می کند« در مورد AC منظور V_m و V_e ثابت و معادله زمانی مشخص می باشد و به عبارت دیگر می توان گفت ولتاژ آن مستقل از بقیه مدار می باشد» و مقاومت داخلی منبع ولتاژ ایده آل صفر است و جریان آن بستگی به بقیه مدار دارد.

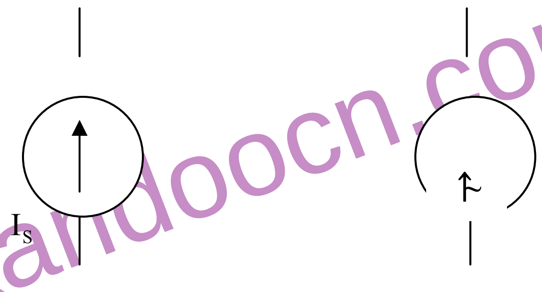
علامت منبع ولتاژ ایده آل DC و AC



تعریف منبع جریان ایده آل= منبعی است که انرژی مدار را در جریان ثابت تأمین می کند« در مورد A^C منظور I_m و I_e ثابت و معادله زمانی مشخص می باشد و به عبارت دیگر می توان گفت جریان آن مستقل از بقیه مدار می باشد»

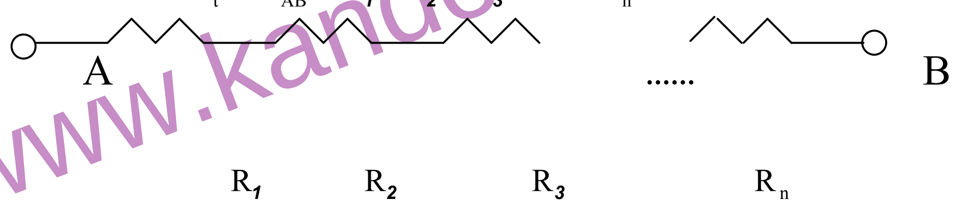
و مقاومت داخلی منبع جریان ایده آل بی نهایت است و ولتاژ آن بستگی به بقیه مدار دارد.

علامت منبع جریان ایده آل DC و AC



هرگاه چند مقاومت بدنبال یکدیگر بسته شوند و از بین آنها شاخه ای منشعب نشده باشد با یکدیگر سری هستند و مقاومت معادل آنها بصورت:

$$R_t = R_{AB} = R_1 + R_2 + R_3 + ... + R_n$$

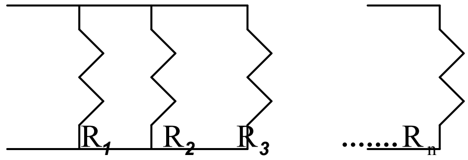


در صورتی که مقاومتها با هم برابر باشند یکی از آنه را در مقدار آنها ضرب می کنیم: $R_t = nR$

مقاومت معادل چند مقاومت سری از بزرگترین مقاومت بزرگتر است و در مدار سری یک جریان و چند ولتاژ وجود دارد هرگاه چند مقاومت را بین دو نقطه متصل کنیم با یکدیگر موازی هستند و مقاومت آنها بصورت:

$$\frac{1}{R_t} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + ... + \frac{1}{R_n}$$ می باشد $(R_t = R_{AB})$

A



B

هرگاه مقاومتها با هم برابر باشند یکی از آنها را تقسیم بر تعداد آنها می کنیم:

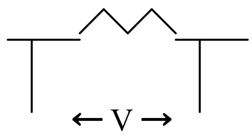
$R_t = \frac{R}{n}$

در صورتی که فقط دو مقاومت موازی باشند $R_t = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$

مقاومت معادل چند مقاومت موازی از کوچکترین آنها کوچکتر است و در مدار موازی یک ولتاژ چند جریان وجود دارد.

روابط قانون اهم: ساده ترین ومهمترین قانون رابطه بین جریان و ولتاژ در یک مقاومت:

I R



$V = R.I$ و $I = \frac{V}{R}(A')$ و $R = \frac{V}{I}(\Omega)$

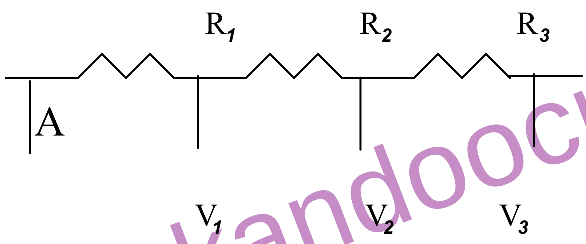
توان در یک عنصر در مدار D^C $P = V.I(w)$

برای یک مقاومت علاوه بر فرمول فوق از دو رابطه $P = \frac{V^2}{R}$ و $P = RI^2$ نیز می توان استفاده کرد یک مقاومت همیشه توان از مدار دریافت می کند اما در مورد توان یک منبع می توان گفت:

– اگر جریان از قطب مثبت منبع خارج شود توان به مدار می دهد.

– اگر جریان به قطب مثبت منبع وارد شود توان از مدار می گیرد.

تقسیم ولتاژ یا توزیع ولتاژ در مدار سری



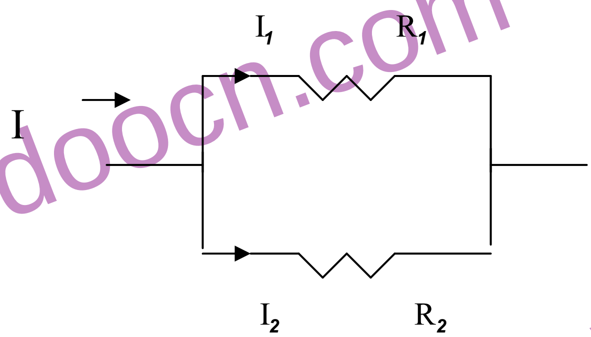
$$V_1 = V_{AB}\frac{R_1}{R_1+R_2+R_3}$$

$$V_2 = V_{AB}\frac{R_2}{R_1+R_2+R_3}$$

روابط فوق تا n مقاومت قابل تعمیم است.

ولتاژ منبع $= V = V_{AB}$

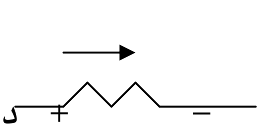
تقسیم جریان یا توزیع جریان در دو مقاومت موازی



$$I_1 = I\frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

$$I_2 = I\frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

قانون ولتاژهای کیرشهف(KVL): در هر حلقه بسته مجموع جبری ولتاژها برابر صفر است. $\Sigma U = 0$ برای نوشتن معادله $\Sigma U = 0$ در یک حلقه ابتدا یک جهت گردش بطور دلخواه انتخاب می کنیم همچنین یک جهت جریان برای هر شاخه بدلخواه در نظر می گیریم سپس در جهت گردش انتخابی از یک نقطه شروع به حرکت می کنیم و به هر عنصری که برخورد کردیم ولتاژ آن را با توجه به علامتی که به آن برخورد می کنیم می نویسیم« برای مقاومت اگر جریان آن هم جهت حرکت باشد مثبت و اگر جریان آن مخالف جهت حرکت باشد علامت منفی در نظر می گیریم همچنین می توان برای یک مقاومت علامت + و − بصورت:



در نظر گرفت» با رسیدن به نقطه شروع حرکت رابطه را مساوی صفر قرار می دهیم.

مثال:

$$\Sigma U = 0$$

$$U_1 + R_1 I_1 + R_2 I_2 + U_2 \quad R_3 I_3 \quad R_4 I_4 = 0$$

قانون جریانهای کیرشهف(KCL): در هر نقطه انشعاب مدار مجموع جبری جریانها برابر صفر است $\Sigma I = 0$ برای نوشتن معادله فوق برای هر شاخه یک جهت جریان بدلخواه انتخاب می کنیم جریانهائی که از نقطه انشعاب دور می

شوند مثبت و جریانهائی که به نقطه انشعاب نزدیک(وارد) می شوند منفـی در نظر می گیریم.

مثال: $\Sigma I = 0$

$$I_1 \quad I_2 + I_3 + I_4 + I_5 = 0$$

عکس قرارداد فوق نیز صحیح است.

$I_1 + I_2 \quad I_3 \quad I_4 \quad I_5 = 0$ $\Sigma I = 0$ اما معمولاً از قـرارداد اول استفاده می کنند.

مقدمه فصل دوم

کمیت اسکالر یا عددی: کمیتی است که با یک عدد مشخص می شود مانند حجم یا جرم.

کمیت برداری: کمیتی است که علاوه بر مقدار دارای جهت، راستا، ابتدا و انتها می باشد.

راستا هر خطی است که بردار با آن موازی می باشد.

نشان دادن کمیت برداری $\overset{F}{\longrightarrow}$ یا $\overset{A \qquad B}{\bullet\!\longrightarrow}$

$\vec{F}$ (بردار F) $\vec{AB}$ (بردار AB)

نشان دادن مقدار بردار

بطور مثال: $|\vec{F}|=20$ $|\vec{AB}|=20$

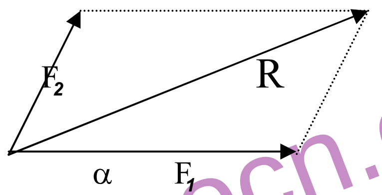
« طول بردار متناسب با مقدار کمیت است» $F=20$ یا $AB=20$ یا چون صورت دوم ساده تر است اغلب در روابط عددی از نام بردار بدون علامت استفاده می شود.

همسنگ یا هم ارز یک بردار: برداری است هم اندازه، هم راستا و هم جهت با آن بردار.

جمع دوبرابر: با تشکیل یک متوازی الاضلاع با دو بردار موردنظر و رسم قطری که از ابتدای دوبردار کشیده می شود برآیند دو بردار بدست می آید و مقدار آن از رابطه $R=\sqrt{F_1^2+F_2^2+2F_1F_2\cos\alpha}$ بدست می آید.

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 \quad (۱)$$

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^3 + 2F_1F_2 \cos\alpha} \quad (۲)$$



دیاگرام برداری

رابطه برداری و رابطه عددی:

در مطلب فوق رابطه(۱) رابطه برداری است، در رابطه برداری عدد نمی توان گذاشت.

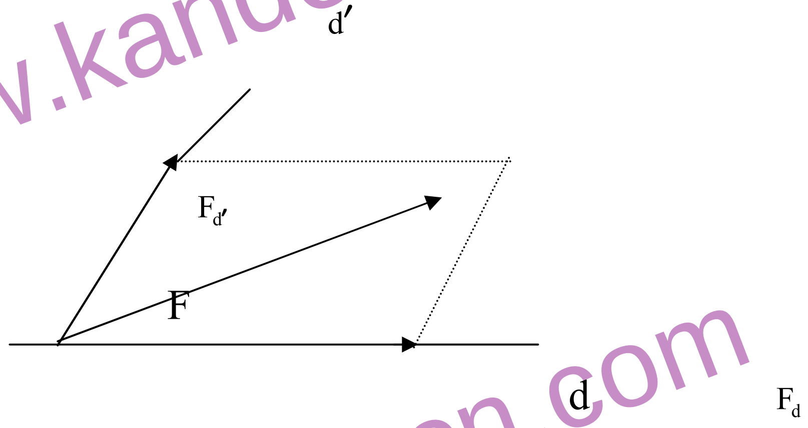
در مطلب فوق رابطه(۲) رابطه عددی است، در این رابطه می توان مقدار کمیت ها را قرارداد و کمیت مجهول را محاسبه نمود. رابطه برداری از مسئله موردنظر بدست می آید و با توجه به آن دیاگرام برداری رسم می شود و با توجه به دیاگرام برداری و استفاده از روابط هندسی و مثلثاتی رابطه عددی بدست می آید:

بطورکلی روند تحلیل مسائلی که با بردار حل می شوند بصورت زیر است:

رابطه عددی → دیاگرام برداری → رابطه برداری → مسئله موردنظر

تجزیه یک بردار برروی دو راستای مشخص: برای این کـار از انتهـای بـردار، موازی دوراستا رسم می کنیم بردارهـای بدسـت آمـده را مؤلفـه هـای بـردار موردنظر می گویند.

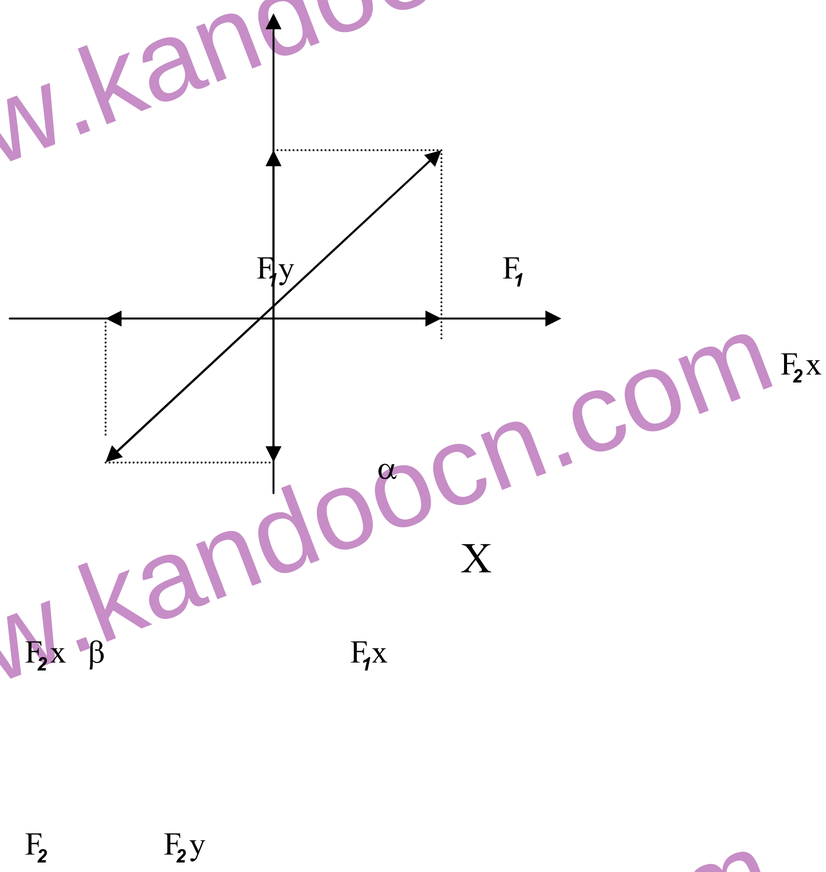
در شکل F_d و $F_{d'}$ مؤلفه های بردار F بر روی دو راستای d',d می باشد.



این کار در حقیقت عکس العمل بدست آوردن برآیند دو بردار می باشد.

دو راستا می توانند محورهای مختصات xoy باشند در اینصـورت مؤلفـه x و y بردار بدست می آید و مقدار آنها را بصورت زیر محاسبه می شود.

y



مثال دو بردار F_1 و F_2 خواهیم داشت:

$$\begin{cases} F_1x = F_1 \cos\alpha \\ F_1y = F_1 \sin\alpha \end{cases}$$

$$\begin{cases} F_2x = F_2 \cos\beta \\ F_2y = F_2 \sin\beta \end{cases}$$

از مطلب فوق در روش تحلیلی برای جمع بردارها استفاده می شود که بصورت زیر است:

جمع چند بردار به روش تحلیلی: در این روش در حقیقت مؤلفه های بردارها با هم جمع می شوند و از برآیند مؤلفه های بدست آمده بردار برآیند مشخص می شود.

بطور مثال در شکل بالا:

$$\sum Fx = R_x = F_1 \cos\alpha + (F_2 \cos\beta) \qquad \sum Fx = R_x = F_1x + F_2x + ...$$

$$\sum Fy = R_y = F_1 \sin\alpha + (F_2 \sin\beta) \qquad \sum Fy = R_y = F_1y + F_2y + ...$$

با داشتن مقادیر F_1, F_2, α, β مقادیر R_x و R_y محاسبه شده و برآیند آنها از رابطه زیر بدست می آید:

$$R = \sqrt{(\sum F_x)^2 + (\sum F_y)^2}$$

اگر زاویه برآیند را با محور x و φ در نظر بگیریم خواهیم داشت:

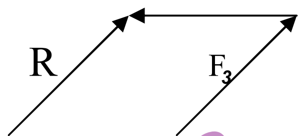
$$\tan\varphi = \frac{\sum F_y}{\sum F_x}$$

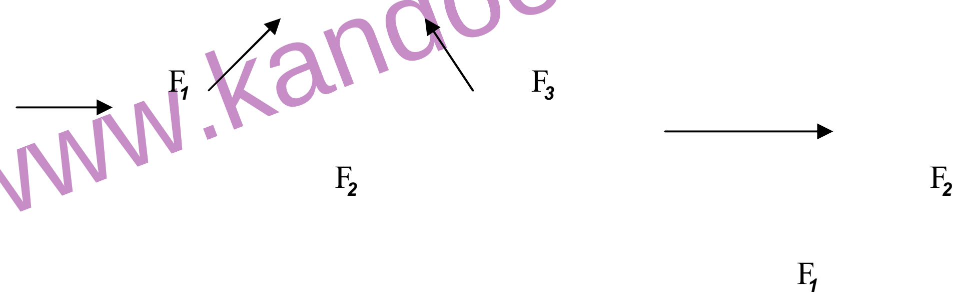
($\sum F_x$ مؤلفه برآیند برروی محور x است و می توان با R_x نشان داد)

($\sum F_y$ مؤلفه برآیند برروی محور y است و می توان با R_y نشان داد)

برای بدست آوردن جمع چندبردار می توان آنها را بدنبال هم رسم نمود. برآین بردارها برداری است که ابتدای آن ابتدای بردار اول و انتهای آن انتهای بردار آخر می باشد.

$$\vec{R} = \vec{F_1} + \vec{F_2} + \vec{F_3}$$





تفاضل دو بردار: براست به آوردن بردار تفاضل دو بردار بصـورت دو شـكل می توان عمل كرد.

$\vec{R} = \vec{F}_1 \quad \vec{F}_2$ ‎−۱

$\vec{R} = \vec{F}_1 = (\quad \vec{F}_2)$

$\vec{F}_2 \qquad \alpha \qquad \vec{F}_1$

مقدار بردار تفاضل از رابطه زير بدست می آيد:

$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 \quad 2F_1F_2 \cos\alpha}$ ‎−۲

ضرب عددی يا نقطه ای يا اسكالر دوبرابر: حاصل اين ضـرب بـردار نيسـت و يک عدد بصورت زير است:

$A = \vec{F}_1 . \vec{F}_2 = F_1 . F_2 \cos\alpha$

نشان دادن كميت متناوب سينوسی بوسيله بردار چرخـان هـر كميـت متنـاوب سينوسی را می توان با يک بردار چرخان نشان داد بطور مثال كميـت متنـاوب سينوسی y را با برداری به شعاع y_m كه در جهت مثلثاتی(خـلاف عقربـه هـای ساعت) می چرخد نشان می دهيم و مقدار لحظه ای اين كميت از تصـوير بـردار y_m بر روی محور عمودی بدست می آيد.

بطور مثال α ° پس از شروع حرکت خواهیم داشت.

$$y = OH = y_n \sin\alpha$$

اگر سرعت دوران بردار $w \, {}^{rad}\!/_{Sec}$ باشد در لحظه t زاویه بردار با مبنا wt خواهد بود $(\alpha = wt)$ بنابراین بطورکلی معادله، معادله زمانی کمیت y بصورت زیر خواهد بود:

$$y = y_m \sin wt$$

چنانچه شروع حرکت از مبنا نباشد در صورت زیر را خواهیم داشت:

$$y = y_m \sin(wt \quad \alpha)$$

$$y = y_m \sin(wt + \alpha)$$

پس بطورکلی معادله یک کمیت متناوب سینوسی را می توان بصورت زیر نشان داد:

$$y = y_m \sin(wt + \theta_y)$$

از مطالب فوق برای ولتاژ و جریان متناوب سینوسی استفاده می کنیم بنابراین برای هر عنصر الکتریکی در جریان متناوب سینوسی یک معادله ولتاژ یک معادله جریان بصورت روبرو خواهیم داشت:

$$V = V_m \sin(wt + \theta_V)$$

$$i = I_m \sin(wt + \theta_i)$$

θ_V و θ_i فاز اولیه ولتاژ جریان می باشد و بین صفر تا **360** می تواند باشد که همان زاویه بردار ولتاژ و جریان با مبنا(محور x ها) می باشد.

مبنا $\theta_V = 30$ مبنا $\theta_V = 30$ مبنا $\theta_i = 30$ مبنا $\theta_i = 30$

زاویه بین دو بردار $\vec{V}$ و $\vec{I}$ اختلاف فاز ولتاژ و جریان نام دارد.

$$\varphi = \theta_v \quad \theta_i$$

مثال:

$\theta_V = 40$	$\theta_V = 40$	$\theta_V = 40$
$\theta_i = 10$	$\theta_i = 40$	$\theta_i = \quad 10$
$\varphi = 40 \quad 10 = 30$	$\varphi = 10 \quad 40 = 30$	$\varphi = 40 \quad (\quad 10) = 50$

$\theta_V = 10$

$\theta_i = \quad 40$

$\varphi = \quad 40 \quad 10 = \quad 50$

توجه داشته باشید که چون α همیشه از رابطه $\alpha = \theta_v \quad \theta_i$ بدست می آید مثبت بودن آن به معنی عقب بودن جریان ولتاژ(پس فاز) و منفی بودن آن به معنی جلون بودن جریان از ولتاژ(پیش فاز) می باشد ٤ مثال فوق این مطلب را روشن می کند(علامت α ربطی به مبنا ندارد و نوع بار را مشخص می کند) خاصیت پس فاز بودن در سلف ظاهر می شود بنابراین α مثبت به معنی بار سلفی است و خاصیت پیش فازبودن در خازن ظاهر می شود بنابراین α منفی به معنی بار خازنی است.

$\varphi_R = 0 \qquad I_R = \dfrac{V_R}{R}$

$\varphi_L = 90 \qquad I_L = \dfrac{V_L}{X_L}$

$\varphi_C = \quad 90 \qquad I_C = \dfrac{V_C}{X_C}$

بهR مقاومت اهمی یا مقاومت حقیقی و X_L و X_C مقاومت القایی و خازنی یا مقاومت غیرحقیقی(راکتانس) گفته می شود و واحد آن Ω است.

در سه شکل زیر $\theta_{VR}=\theta_{VL}=\theta_{VC}=0$ در نظر گرفته شده و با توجه به رابطه $\varphi=\theta_V \quad \theta_i$ خواهیم داشت:

$$\theta_{iR}=0 \qquad \theta_{iL}=90 \qquad \theta_{ic}= \quad 90$$

چنانچه θ_V را مقدار دیگری غیر از صفر قرار دهیم مثلاً 30 اشکال زیر را خواهیم داشت:

$$\theta_{VR}=\theta_{LR}=0 \qquad \theta_{VL}=30 \qquad \theta_{VC}=30$$

$$\theta_{iL}= \quad 60 \qquad \theta_{ic}=120$$

$$\varphi_R=\theta_{VR} \quad \theta_{iR}=30 \quad 30=0 \qquad \varphi_L=\theta_{VL} \quad \theta_{iL}=30 \quad (\quad 60)=90$$

$$\varphi_C=\theta_{VC} \quad \theta_{ic}=30 \quad 120= \quad 90$$

توجه داشته باشید که رابطه $\varphi=\theta_v \quad \theta_i$ همیشه و برای هر عنصر الکتریکی صادق است و φ_R و φ_L و φ_C همیشه مقادیر ثابت *υ* و ۹۰+ و ۹۰- را دارند.

خلاصه مطالب فوق بصورت زیر می باشد:

در مقاومت همیشه جریان با ولتاژ هم فاز است.

در سلف همیشه جریان ۹۰ درجه عقب تر از ولتاژ است(پس فاز)

در خازن همیشه جریان ۹۰ در جه جلوتر از ولتاژ است(پیش فاز)

سلف و خازن در مطالب فوق سلف و خازن خالص می باشد.

عنصر فعال مدار منبع تغذیه متناوب می باشد که θ_V و θ_i نیز برای این عنصر از صفر تا ۳٦۰ در جه می تواند باشد. و φ(اختلاف فا جریان و ولتاژ) این عنصر تابع بار آن می باشد که از 90 تا 90+ می تواند باشد.

$$90 \le \varphi \le +90$$

مقدار φ از روابط مربوطه در هر مدار قابل محاسبه است.

« مقادیر بدون اندیس معمولاً مربوط به منبع ولتاژ است که اصطلاحاً بجای منع از کلمه مدار استفاده می شود مثلاً اختلاف فاز مدار یعنی اختلاف فاز جریان و ولتاژ منبع »

مقدار مؤثر یک کمیت متناوب مقدار DC است که همان کار را انجام دهد و با اندیس e یا eff نشان داده می شود. رابطه مقدار مؤثر و مقدار ماکزیمم در مورد ولتاژ و جریان سینوسی بصورت زیر می باشد:

$$V_m = \sqrt{2}V_e \Rightarrow V_e = \frac{V_m}{\sqrt{2}} \quad \text{و} \quad I_m = \sqrt{2}I_e \Rightarrow I_e = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$$

توضیح اینکه مقادیر مؤثر و ماکزیمم را با حرف بزرگ و مقدار لحظه ای کمیت را با حرف کوچک و یا با حرف بزرگ و اندیس (tim)t نشان می دهند.

ولت متر و آمپرمتر AC مقدار مؤثر ولتاژ و جریان را نشان می دهند.

توان د رجریان متناوب: توان به چهار صورت مطرح می گردد.

۱ – توان لحظه ای P_t که از حاصلضرب ولتاژ لحظه ای در جریان لحظه ای بدست می آید.

۲- توان ظاهری P_s (V.A) $P_s = V_e I_e$

۳- توان مؤثر P_e [مفید- حقیقی- اکتیو- (P_a)- واته (P_W)] $P_e = V_e I_e \cos\varphi$

$\cos\varphi$ همیشه مثبت است بنابراین توان مؤثر همیشه مثبت است.

٤- تـوان غیرمـؤثر p_d [غیرمفیـد- غیـر حقیقـی- راکتیـو (p_r)- دواتـه (p_d)]

$p_d = V_e I_e \sin\varphi$

علامت $\sin\varphi$ به علامت φ بستگی دارد بنابراین در بار سلفی p_d مثبت و در بار خازنی p_d منفی می باشد.

با توجه به تعاریف فوق روابط زیر داریم:

$p_e = p_s \cos\varphi$ و $p_d = p_s \sin\varphi$ و $p_{S^2} = p_{e^2} + p_{d^2}$

$$P_S = \sqrt{P_{S^2} + P_{d^2}}$$

بادقت در مطالب فـوق متوجـه مـی شـویم کـه تـوان هـای ظـاهری و مـؤثر و غیرمؤثر تشکیل یک مثلث قائم الزاویه را می دهنـد کـه آن را مثلـث توانهـا مـی گوئیم:

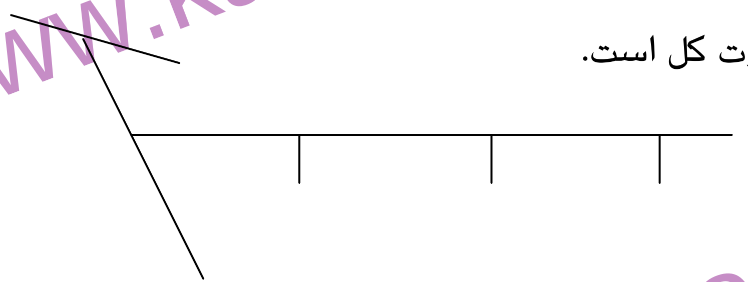
جمع توانها $p_e = p_{e1} + p_{e2} + p_{e3} + ...$

با توجه به علامت توانهای راکتیو $p_d = p_{d1} + p_{d2} + p_{d3} + ...$

$$p_s = \sqrt{R_{e^2} + P_{d^2}}$$

با توجه به مثلث توان کل خواهیم داشت: $\cos\varphi = \dfrac{p_e}{p_s}$

شکل یک پشت ترانسفورماتور می باشـد p_s, p_e, p_d توانهـای کـل و $\cos\varphi$ ضریب قدرت کل است.



۱	۲	۳
P_{S1}	P_{S2}	P_{S3}
p_{e1}	p_{e2}	P_{e3}
p_{d1}	p_{d2}	p_{d3}
$\cos\varphi_1$	$\cos\varphi_2$	$\cos\varphi_3$

توان عناصر الکتریکی در جریان متناوب سینوسی:

مقاومت: $P_e = P_R = R I_R^2 = \frac{V_R^2}{R} = V_R . I_R$

توان یک مقاومت اکتیو است یعنی انرژی الکتریکی را دریافت کرده و به حرارت تبدیل می کند(انرژی مصرف می کند).

$p_d = 0 \qquad p_s = p_e$

سلف: سلف یک عنصر راکتیو است یعنی انرژی الکتریکی را در خود ذخیره کرده و به مدار پس می دهد(انرژی مصرف نمی کند).

$p_d = p_L = X_L I_L^2 = \frac{V_L^2}{X_L} = V_L . I_L \qquad p_s = p_d$

خازن: خازن نیز یک عنصر راکتیو است یعنی انرژی الکتریکی را در خود ذخیره کرده و مدار پس می دهد(انرژی مصرف نمی کند)

$P_e = 0 \qquad p_d = p_c = X_C I_C^2 = \frac{V_C^2}{X_C} = V_C . I_C \qquad P_S = |P_d|$

منبع ولتاژ: توان یک منبع به بار آن بستگی دارد.

$p_s = Z I_e^2 = V_e I_e = \frac{V_m . I_m}{2} \qquad p_e = p_s \cos\varphi$

$p_d = p_s \sin\varphi$

۱- در مدار شکل مقابل مطلوب است:

الف: ولتاژ دو سر R و X_L و معادلات زمانی آنها

ب- ولتاژ منبع و معادله زمانی آن

پ- رسم دیاگرام برداری جریان و ولتاژها

ت- توان اکتیو، راکتیو و ظاهری و مثلث توانها

الف: از معادله جریان $\Rightarrow I_m = 5^{(A)}$

$$V_{Rm} = RI_m = 30 \times 5 = 150^{(V)}$$

$$V_R = \frac{V_{Rm}}{\sqrt{2}} = \frac{150}{\sqrt{2}} = 75\sqrt{2}^{(V)}$$

$$\theta_{iR} = \theta_i = 0$$

$$\theta_{VR} = \theta_{iR} = 0$$

در مقاومت ولتاژ و جریان هم فازند بنابراین:

$$V_R = V_{Rm}\, sin(wt + \theta_{VR})$$

معادله ولتاژ مقاومت $V_R = 150 sin 500t$

$$V_{LM} = X_L I_M = 30 \times 5 = 150^{(V)} \qquad V_L = \frac{V_{Lm}}{\sqrt{2}} = \frac{150}{\sqrt{2}} = 75\sqrt{2}^{(V)}$$

$$\theta_{iL} = \theta_i = 0$$

ولتاژ دوسر سلف نسبت به جریان آن 90 پیش فاز است.

$$\theta_{VL} = \theta_{iL} + 90 = 0 + 90 = 90$$

$$V_L = V_{LM}\, sin(wt + \theta_{VL}) \Rightarrow V_L = 150 sin(500t + 90)^{(V)}$$

معادله ولتاژ سلف

ب:

$$V_m = \sqrt{V_{Rm}^2 + V_{LM}^2} = \sqrt{150^2 + 150^2} = 150\sqrt{2}^{(V)}$$

$$V_e = \frac{V_m}{\sqrt{2}} = \frac{150\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 150^{(v)}$$

$$\cos\varphi = \frac{V_R}{V_e} = \frac{75\sqrt{2}}{150} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \varphi = 45^\circ$$

$$\varphi = \theta_v \quad \theta_i$$

$$\theta_v = \theta_i + \varphi = 0 + 45^\circ = 45^\circ$$

$$V = V_m \sin(wt + \theta_V)$$

معادله ولتاژ منبع

$$V = 150\sqrt{2}\sin(500t + 45^\circ)$$

$$I_e = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{5}{\sqrt{2}} = 2/5\sqrt{2}^{(A)}$$

دیاگرام برداری

ت:

$$P_S = V_e I_e = 150 \times 2/5\sqrt{2} = 375\sqrt{2}^{(VA)}$$

$$P_e = P_s \cos\varphi = 375\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 375^{(w)}$$

$$p_d = p_s \sin\varphi = 375\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 375^{(VAR)}$$

مثلث توانها

۲- در یک مدار R_L سری معادله ولتاژ و جریان به ترتیب $V = 200\sin(314t + 20)$ و $i = 10\sin(314t \;\; 10)$ است اندازه R و L چقدر است؟

$$V_M = 200^{(V)} \text{ و } \theta_V = 20 \text{ و } I_m = 10^{(A)} \text{ و } \theta_i = \;\; 10 \text{ و } w = 314 \,{}^{rad}\!/_{s}$$

$$Z = \frac{V_m}{I_m} = \frac{200}{10} = 20^\Omega$$

$$\varphi = \theta_V \quad \theta_i = 20 \;\; (\;\; 10) = 30$$

$$\cos\varphi = \frac{R}{Z} \Rightarrow R = Z\cos\varphi = 20\cos 30 = 20 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 10\sqrt{3} = 17/32^\Omega$$

$$\sin\varphi = \frac{X_L}{Z} \Rightarrow X_L = Z\sin\varphi = 20\sin 30 = 20\times 0/5 = 10^{\Omega}$$

$$L = \frac{X_L}{w} = \frac{10}{314} \simeq 0/032^{H} = 32^{MH}$$

۳- در مدار شکل مقابل ولتاژ دو سر سلف $V_L = 40^{(V)}$ است ولتاژ منبع چند ولت است؟

$$X_L = W_L = 1000\times 0/02 = 20^{\Omega}$$

$$I_e = I_L = \frac{V_L}{X_L} = \frac{40}{20} = 2^{(A)}$$

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{20^2 + 20^2} = 20\sqrt{2}$$

$$V_e = ZI_e = 20\sqrt{2}\times 2 = 40\sqrt{2} = 56/4^{(V)}$$

٤- در مدار شکل مقابل ولتاژ منبع چند ولت است؟

$$R = 20 \parallel 20 = \frac{20}{2} = 10^{\Omega}$$

$$Z = \sqrt{R^2 X_L^2} = \sqrt{10^2 + (10\sqrt{3})^2} = \sqrt{100 + 100\times 3} = \sqrt{400} = 20^{\Omega}$$

$$V_e = ZI_e = 20\times 2 = 40^{(V)}$$

۵- یک مقاومت ۵ اهمی با یک سلف نامخشص بطور سری به هم متصل اند. معادله ولتاژ دوسر مقاومت $V_R = 25\sin(2000t + 30)$ است. اگر $\varphi = \frac{\pi}{3}$ باشد، مطلوب است:

الف: ضریب خود القایی　　　ب: معادله جریان مدار

پ: معادله ولتاژ کل　　　ت: معادله ولتاژ دوسر سلف

الف:از مثلث امپرانس

$$\tan\varphi = \frac{X_L}{R} \Rightarrow X_L = R.\tan\varphi = 5\tan\frac{\pi}{3}$$

$$\Rightarrow 5\times\sqrt{3} = 5\sqrt{3}^{\Omega}$$

$$L=\frac{X_L}{W}=\frac{5\sqrt{3}}{2000}=\frac{\sqrt{3}}{400}(H)\Rightarrow\frac{1000\sqrt{3}}{400}=2/5\sqrt{3}=4/32^{(MH)}$$

$$i=I_m\,sin(wt+\theta_i)$$

ب:

$$I_m=I_{Rm}=\frac{V_{Rm}}{R}=\frac{25}{5}=5$$

$$\theta_i=\theta_{iR}=\theta_{VR}=30$$

معادله جریان مدار $i=5sin(2000t+30)$

پ: $\varphi=\theta_V\quad\theta_i$ و $\varphi=\frac{\pi}{3}\quad rad=60$

$$\theta_V=\theta_i+\varphi=30+60=90$$

از مثلث ولتاژها $\Rightarrow V_m=\frac{V_{Rm}}{cos\varphi}=\frac{25}{cos60}=\frac{25}{0/5}=50^{(V)}$

معادله ولتاژ کل(منبع) $\Rightarrow V=V_m\,sin(wt+\theta_v)\Rightarrow V=50sin(2000t+90)$

معادله ولتاژ دو سر سلف $V_L=V_Lm\,sin(wt+\theta_{VL})$

از مثلث ولتاژها $\Rightarrow V_{Lm}=\sqrt{V_{m^2}\quad V_{Rm^2}}=\sqrt{50^2\quad 25^2}=43/3^{(V)}$

ت: درسلف ولتاژ 90 جلوتر از جریان می باشد.

$\theta_{iL}=\theta_i=30$ و $\theta_{VL}=\theta_{iL}+90=30+90=120$

$$V_L=43/3\,sin(2000t+120)$$

۶- در یک مدار R_L سری شدت جریانی به معادله $i=3\sqrt{2}\,sin100\pi t$ می گذرد اگر $\frac{Z}{R}=\frac{5}{3}$ و ولتاژ دوسر سلف $V_L=200^{(V)}$ باشد مثلث توان ها را با درج مقادیر رسم کنید.

$I_m=3\sqrt{2}^{(A)}\qquad I_e=\frac{I_m}{\sqrt{2}}=\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=3^{(A)}$

$$\frac{Z}{R}=\frac{5}{3}\Rightarrow\frac{R}{Z}=\frac{3}{5}=0/5\Rightarrow cos\varphi=\frac{R}{Z}=0/6\Rightarrow sin\varphi=0/8$$

$$\Rightarrow \varphi \simeq 53^{\circ}$$

$$V_e = \frac{V_L}{\sin\varphi} = \frac{200}{0/8} = 250^{(V)}$$

$$P_S = V_e I_e = 250 \times 3 = 750^{(VA)}$$

$$P_e = P_S \cos\varphi = 750 \times 0/6 = 450^{(W)}$$

$$p_d = P_S \sin\varphi = 750 \times 0/8 = 600^{VAR}$$

مثلث توانها

۷- در یک مدار R_L سری با $L = 10^H$ و $R = 3^{\Omega}$ مقدار فرکانس چقدر انتخاب شود تا جریان به اندازه $\frac{\pi}{6}$ تأخیر فاز داشته باشد.

$$\varphi = \frac{\pi}{6} \text{rad} = 30$$

$$\tan\varphi = \frac{X_L}{R} \Rightarrow \tan 30 = \frac{X_L}{3}$$

$$\Rightarrow 0/577 = \frac{X_L}{3} \Rightarrow X_L = 1/73^{\Omega}$$

$$f = \frac{X_L}{2\pi L} = \frac{1/73}{2 \times 3/14 \times 10 \times^{3}} = 27/5^{HZ}$$

۸- در یک مدار R_L سری با $L = 5^{MH}$ و $R = 2^{\Omega}$ د رچه فرکانسی ضریب کیفیت مدار $\frac{\pi}{1000}$ می شود؟

$$Q = \tan\varphi = \frac{X_L}{R}$$

$$\frac{\pi}{1000} = \frac{X_L}{2} \Rightarrow X_L = \frac{2\pi}{1000} = 0/00628$$

$$f = \frac{X_L}{2\pi L} = \frac{0/00628}{2 \times 3/14 \times 5 \times 10^{3}} = 0/2^{HZ}$$

۹- در یک مدار R_L سری تابع تغییرات ولتاژ و جریان مطابق شکل زیر است اندازه R و X_L چقدر است؟

$V_m = 10^{(V)}$ و $I_m = 10^{(A)}$

$$\varphi = \frac{\pi}{3}\,\text{rad} = 60$$

$$Z = \frac{V_m}{I_m} = \frac{20}{10} = 2^{\Omega}$$

$$R = Z\cos\varphi = 2\cos 60 = 2\times 0/5 = 1^{\Omega}$$

$$X_L = Z\sin\varphi = 2\sin 60 = 2\times 0/866 = 1/732^{\Omega}$$

۱۰- در شکل مقابل $i(t) = 5\sqrt{2}\sin 250t$ می باشد مطلوب است:

الف: امپرانس مدار   ب: ولتاژ منبع و معادله آن

ب: جریان I_L, I_R و معادله های آنها   ت: رسم دیاگرام برداری ولتاژ و جریانهای مدار   ث: توانهای اکتیو، اکتیو ظاهری و مثلث توان

الف: $i = 5\sqrt{2}\sin 250t \Rightarrow I_m = 5\sqrt{2}^{(A)} \Rightarrow I_e = 5^{(A)}$

$$Z = \frac{R.\times L}{\sqrt{R^2\times L^2}} = \frac{80\times 60}{\sqrt{80^2+60^2}} = 48^{\Omega}$$

ب: $V_e = ZI_e = 48\times 5 = 240^{(v)} \Rightarrow V_m = 240\sqrt{2}^{(V)}$

$$\cos\varphi = \frac{Z}{R} = \frac{48}{80} = 0/6 \Rightarrow \varphi = 53^\circ \Rightarrow \sin\varphi = 0/8$$

$$\varphi = \theta_v \quad \theta_i \Rightarrow \theta_v = \theta_i + \varphi = 0 + 53^\circ = 53^\circ$$

$$V = 240\sqrt{2}\sin(250t + 53^\circ)$$

پ: $I_R = \frac{V_e}{R} = \frac{240}{80} = 3^{(A)} \Rightarrow I_{Rm} = 3\sqrt{2}^{(A)}$

$$\theta_{iR} = \theta_v = 53^\circ, i_R = 3\sqrt{2}\sin(250t + 53^\circ)$$

$$I_L = \frac{V_e}{X_L} = \frac{240}{60} = 4^{(A)} \Rightarrow I_{Lm} = 4\sqrt{2}^{(A)}$$

$$V == 240\sqrt{2}\sin(250t + 53^\circ)$$

در سلف جریان 90 از ولتاژ عقب تر است.

$$\theta_{iL} = \theta_{VL} \quad 90 = 53^\circ \quad 90 = \quad 37^\circ$$

$$i_L = 4\sqrt{2}\, sin(250t \quad 37^\circ)$$

$$p_d = V_e I_L = 240 \times 4 = 960^{(VAR)} \qquad P_e = V_e I_R = 240 \times 3 = 720^{(W)}$$

ت و ث: $P_S = V_e I_e = 240 \times 5 = 1200^{(VA)}$

دیاگرام توان دیاگرام جریان

۱۱- در مدار شکل مقابل اگر $I_L = 3$ آمپر باشد مطلوب است:

الف: ولتاژ منبع ب: جریان منبع

پ: معادله ی ولتاژ و جریان منبع

الف: ولتاژ منبع $V_e = V_L = X_L I_L = 10 \times 3 = 30^{(V)}$

ب: جریان منبع $I_e = \sqrt{I_{R^2} + I_{L^2}} = \sqrt{3^2 + 3^2} = 3\sqrt{2}^{(A)}$

پ: ولتاز را مبنا فرض می کنیم معادله ولتاژ منبع $V = 30\sqrt{2}\, sin\, wt$

$$tan\varphi = \frac{I_R}{I_e} = \frac{3}{3\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \varphi = 45^\circ$$

$$\varphi = \theta_v \quad \theta_i \Rightarrow \theta_i = \theta_v \quad \varphi = 0 \quad 45^\circ = \quad 45^\circ$$

$$I_m = I_e\sqrt{2} = 3\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 3 \times 2 = 6^{(A)}$$

$$I_m = I_e\sqrt{2} = 3\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 3 \times 2 = 6^{(A)}$$

معادله جریان منبع $i = 6\, sin^{(wt \quad 45^\circ)}$

۱۲- در مدار شکل داده شده معادله ولتاژ و جریان منبع به ترتیب

$V = 50\sqrt{2}\sin 500t$ و $i = 26\sin(500t \quad \frac{\pi}{4})$ است مطلوب است: الف: امپرانس کل مدار ب: اندازه ی R

الف:

$$Z = \frac{V_m}{I_m} = \frac{50\sqrt{2}}{2} = 25\sqrt{2}^{(\Omega)}$$

ب:

$$L_t = \frac{300 \times 100}{300 + 100} + 25 = 75 + 25 = 100^{mH}$$

$$X_L = WL = 500 \times 100 \times 10^{3} = 50^{\Omega}$$

$$I_{LM} = \frac{V_m}{X_L} = \frac{50\sqrt{2}}{50} = \sqrt{2}^{(A)}$$

$$I_{Rm} = \sqrt{I_{m^2} \quad I_{Lm^2}} \qquad \sqrt{2^2 \quad (\sqrt{2})^2} = \sqrt{2}^{(A)}$$

$$R = \frac{V_m}{I_{Rm}} = \frac{50\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 50^{\Omega}$$

راه حل دوم:

$$\varphi = \theta_V \quad \theta_i = 0 \quad (\frac{\pi}{4}) = \frac{\pi}{4} \text{rad} \Rightarrow 45^{\circ}$$

$$\tan\varphi = \frac{R}{X_L} \Rightarrow R = X_L . \tan\varphi = 50 \times \tan 45^{\circ} = 50 \times 1 = 50^{\Omega}$$

۱۳– مدار R^L موازی شکل زیر را به یک مدار R^L سری تبدیل کنید.

$$Z = \frac{R \times L}{\sqrt{R^2 + X_{L^2}}} = \frac{10 \times 10}{\sqrt{10^2 + 10^2}}$$

$$\Rightarrow \frac{100}{\sqrt{200}} = \frac{100}{10\sqrt{2}} = \frac{10}{\sqrt{2}} = 5\sqrt{2}^{\Omega}$$

$$\cos\varphi = \frac{Z}{R} = \frac{5\sqrt{2}}{10} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \varphi = 45^{\circ} \Rightarrow \sin\varphi = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$R' = Z\cos\varphi = 5\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 5^{\Omega}$$

$$X'_L = Z\sin\varphi = 5\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 5^{\Omega}$$