

۱-۱) مقدمه و تاریخچه ای از تجلیل پوششی داده ها<sup>۱</sup> (DEA)

تحلیل پوششی داده ها تکنیکی برای محاسبه کارایی نسبی مجموعه ای از واحدهای

تصمیم گیرنده<sup>۲</sup> (DMU) که با استفاده از برنامه ریزی ریاضی انجام می گیرد.

عبارت نسبی به این دلیل است که کارایی حاصل نتیجه مقایسه واحدها با یکدیگر

است در اصل تحلیل پوششی داده ها به مشخص کردن واحدهای تصمیم گیرنده

کارا و ناکارا با تعیین مقدار کارایی آنها به مقایسه واحدهای تصمیم گیرنده می

پردازد وقتی می گوئیم واحد تصمیم گیرنده کاراست یعنی این واحد خوب عمل

کرده و از منابع به خوبی استفاده می کند.

در تئوری اقتصاد خرد رفتار اقتصادی واحدهای تصمیم گیرنده مورد مطالعه قرار می

گیرد بر همین اساس، تابع تولیدی بر پایه ارتباط بین ورودی ها و خروجی های

واحد تصمیم گیرنده بیان می شود.

در اقتصاد خرد تابع تولید، فرآیندهای تبدیل ورودی ها به خروجی ها را نشان می

دهد و حداکثر مقدار خروجی را از ترکیبات مختلف ورودی ها ارائه می دهد.

1 - Data Envelopment Analysis

2 - Decision Making units

مسئله ای که وجود دارد این است که معمولاً تابع تولید در دسترس نیست و تولید متناظر با هر فعالیت مجهول است بنابراین وقتی که مجموعه‌ای از مشاهدات (ورودی‌ها و خروجی‌ها) موجود باشد می‌توان یک تابع تولید تجربی به دست آورد.

در تمام مطالعات تجربی برای تخمین تابع تولید روش‌های متفاوتی وجود دارد که هر یک دارای نقش مهمی هستند. دو روش اساسی برای تخمین تابع تولید عبارتند از روش‌های پارامتری و روش‌های غیر پارامتری روش‌های پارامتری که در این روش یک پیش فرض اولیه برای تابع تولید در نظر گرفته می‌شود سپس با استفاده از تکنیک‌های مناسب در صدد تخمین پارامترهای این تابع پیش فرض هستیم.

از روش‌های پارامتری می‌توان روش کاپ داگلاس<sup>۱</sup> و روش رگرسیون خطی نام برد.

تحلیل پوششی داده‌ها بر اساس روش‌های غیر پارامتری شامل مدل‌هایی بر اساس نوعی برنامه ریزی خطی می‌باشد. برخلاف روش‌های پارامتری که هدفشان بهینه‌سازی یک سطح رگرسیون در بین تمام مشاهدات است، DEA روی هر یک از مشاهدات بهینه‌سازی انجام می‌دهد. در روش‌های پارامتری که هدفشان بهینه

---

<sup>1</sup> - Gobb Douglas

سازی شده یک سطح رگرسیون در بین تمام مشاهدات است DEA روی هر یک از مشاهدات بهینه سازی انجام می دهد.

در روش های پارامتری، معادله رگرسیون بهینه برای تمام واحدهای تصمیم گیرنده در نظر گرفته می شود و برای تحلیل با استفاده از این روش نیاز به شکل تابعی معادله رگرسیون تابع تولید می باشد.

اگر در DEA، با ایجاد مرزکارایی<sup>۱</sup> و با این ویژگی که هر واحد تصمیم گیرنده روی و یا زیر این مرز قرار دارد، می توان ماکزیمم اندازه کارائی هر یک از واحدها نسبت به این مرز را سنجید یعنی هر واحدی که روی مرز قرار گیرد، واحدی کار است زیرا دارای بیشترین خروجی ممکن به ازای ورودی هایش می باشد و در غیر این صورت زیر مرز کارایی است و ناکارا می باشد.

فارل<sup>۲</sup> برای اولین بار در سال ۱۹۵۷ روش های غیر پارامتری را برای تعیین کارایی مطرح کرد و کار او در سال ۱۹۷۸ در پایان نام دکترای رودز<sup>۳</sup> توسط چارنز<sup>۱</sup> و

<sup>۱</sup> - Efficiency

<sup>۲</sup> - Farrel

<sup>۳</sup> - Rhodes

کوپرو رودز تعمیم یافت و تحت عنوان تحلیل پوششی داده ها DEA نام گرفت، رودز در این مقاله پیشرفت تحصیلی دانش آموزان مدارس آمریکا را مورد ارزیابی و مطالعات خود را با همکاری چارنز کوپر تحت مدلی به نام CCR معروف است ارائه داد آنها تحلیل اولیه فارل را که در حالت یک خروجی - چند ورودی مطرح شد به حالت چند ورودی چند خروجی تعمیم دادند. بعد از آن در سال ۱۹۸۴ روش DEA توسط بنکر<sup>۲</sup>، چارنز و کوپر تحت مدلی به نام (BCC) توسعه یافت علاوه بر دو مدل CCR و BCC مدل‌های دیگری نیز در DEA مطرح گردید. در ادامه این فصل به تعریف کارایی یک واحد تصمیم گیرنده می پردازیم.

(۲-۱) مفهوم کارایی

کارایی یک واحد حاصل مقایسه ورودی های آن واحد با خروجی هایش می باشد ساده ترین حالت وقتی است که فقط یک ورودی و یک خروجی داشته باشیم، در این صورت کارایی به صورت زیر تعریف می شود.

خروجی  
ورودی

<sup>1</sup> - Charns

<sup>2</sup> - Banker

کارایی = \_\_\_\_\_

در حالتی که واحدهای تصمیم گیرنده چند ورودی و چند خروجی دارند کارایی را

نمی توان از رابطه بالا به دست آورد در این حالت کارایی به شکل زیر تعریف می

مجموع توزین شده

خروجی ها

مجموع توزین شده

گردد:

کارایی = \_\_\_\_\_

در حالتی که واحدهای مورد ارزیابی بیش از یک واحد باشند برای مقایسه یک

واحد با واحدهای دیگر می توانیم خروجی ها و ورودی های این واحد را با ترکیب

خطی از ورودی ها و خروجی های سایر واحدها مقایسه کنیم که یک واحد تصمیم

گیرنده مجازی در ارزیابی این واحد به دست می آید که ورودی ها و خروجی

هایش به ترتیب ترکیب خطی از ورودی ها و خروجی های واحدهای تصمیم گیرنده

می باشد.

با توجه به تعریف کارایی که ذکر شد داریم:

تعریف ورودی: ورودی عاملی است که با افزایش آن و حفظ تمام عوامل دیگر

کارایی کاهش یافته و با کاهش آن و حفظ تمام عوامل دیگر کارایی افزایش می

یابد.

تعریف خروجی: خروجی عاملی است که با کاهش آن و حفظ تمام عوامل دیگر کارایی کاهش یافته و با افزایش آن و حفظ تمام عوامل دیگر کارایی افزایش می یابد.

اگر دو واحد تصمیم گیرنده (DMU) با ورودی های یکسان داشته باشیم به طوری که خروجی های واحد دوم حداقل همان خروجی در واحد اول باشند ولی حداقل یک مقدار خروجی در واحد دوم بزرگتر از خروجی های متناظر واحد اول باشد واحد اول کارا نخواهد بود.

همچنین اگر دو واحد تصمیم گیرنده داشته باشیم با مقدار خروجی های یکسان به طوری که ورودی های واحد دوم حداکثر همان ورودی های واحد اول باشند ولی حداقل یک مقدار ورودی در واحد دوم کوچکتر از ورودی متناظر در واحد اول باشد در این صورت واحد اول کارا نخواهد بود.

می توان مطلب فوق را برای دو واحد تصمیم گیرنده  $DMU_1$  ,  $DMU_2$  که دارای ورودی  $S$  خروجی هستند به صورت زیر بیان کرد:

ورودی های واحد اول :  $X_{i1} : i = 1, \dots, m$

ورودی های واحد دوم :  $X_{i2} : i = 1, \dots, m$

خروجی های واحد اول  $Y_{r1} : r = 1, \dots, s$

خروجی های واحد دوم  $y_{r2}; r=1, \dots, s$

حال بردارهای  $(X_1, Y_1)$  متناظر ورودی ها و خروجی های  $DMU_1$  و  $(X_2, Y_2)$

متناظر ورودی ها و خروجی های  $DMU_2$  در نظر می گیریم.

اگر  $[-X_1, Y_1] \leq [-X_2, Y_2]$  نابرابری اکید حداقل برای یک مولفه برقرار باشد

گوئیم واحد تصمیم گیرنده دوم واحد تصمیم گیرنده اول را مغلوب می کند و یا

واحد دوم بر واحد اول غالب است و در این صورت می گوئیم واحد اول در مقایسه

با واحد دوم ناکاراست.