جهت خرید فایل word به سایت www.kandoocn.com مراجعه کنید
یا با شماره های ۰۹۳۶۶۰۲۷۴۱۷ و ۰۹۳۶۶۴۰۶۸۵۷ و ۰۵۱۱-۶۶۴۱۲۶۰ تماس حاصل نمایید

سیری در زندگانی

حکیم خیامی نیشابوری

جهت خرید فایل word به سایت www.kandoocn.com مراجعه کنید
یا با شماره های ۰۹۳۶۶۰۲۷۴۱۷ و ۰۹۳۶۶۴۰۶۸۵۷ و ۶۶۴۱۲۶۰-۰۵۱۱ تماس حاصل نمایید

مقدمه

مطالعات آثار و دست نوشته های به جای مانده از اندیشمندان ، نوابغ و مشاهیر برای عموم مردم خصوصاً نسل آینده ساز ، جوانان فرهیخته و فرهنگ دوست امروز ایران ، ضروری است . زیرا بررسی آثار علمی ، ادبی ، فکری و تاریخی اندیشمندان میهن اسلامی موجب می شود تا آنان بدانند نیاکانشان از چه پیشینه تمدنی درخشانی برخوردار بوده ، چگونه می اندیشیده ، چگونه می زیستند و چگونه توانسته تمام فرهنگ ها بویژه تمدن دنیای غرب را چنانکه بزرگان آنها بارها اعتراف کرده اند . طی قرون پنجم تا نهم مدیون خود سازند و در علوم و متون مختلف اعم از طب ، ریاضی، فیزیک ، شیمی ، معماری و ادبیات پیشتاز همگان باشند .

این گذشته تابناک و غرور آفرین در آینه کتیبه های سنگی و سفالینه ها و آثار نقش بستته بر لوحه ها و اسناد و نسخه های خطی نمایان و آشکار است . لیکن به رغم تلاش های گسترده ای که برای معرفی این آثار شده ، باید که این میراث گرانبها از دسترس و اطلاع نسل جوان امروز به دور مانده ، به طوری که بسیاری از جوانان این مرز و بوم حتی اسامی برخی دانشمندان مشهور هم وطن خود را که منشا تحول دانش بشری بوده اند ، نشنیده اند و آثار و کتابیهای آنان را نمی شناسند .

خوشبختانه در عصر نظام شکوهمند اسلامی فرصتی پدید آمده است تا برای بازیابی هویت فرهنگی و احیای تمدن پرشکوه ، اسلامی و ملی تلاش هایی از سوی همه فرهنگ دوستان و فرهیفتگان کشور صورت پذیرد . بی شک مهمترین هدف همه

جهت خرید فایل word به سایت www.kandoocn.com مراجعه کنید
یا با شماره های ۰۹۳۶۶۰۲۷۴۱۷ و ۰۹۳۶۶۴۰۶۸۵۷ و ۰۵۱۱-۶۶۴۱۲۶۰ تماس حاصل نمایید

دست اندرکاران ، هویت دار کردن نسل امروز و ایجاد و ارتباط بین نسل ها ، بویژه با گذشته درخشان کشور است .

امید است نسل جوان کشور با مطالعه این آثار که متناسب با فهم و اطلاعات آنان است، با شناخت بیشتر از گذشته پرافتخار خود به سوی آینده ای روشن تر گام بردارند .

۱– زیستواره علمی و کارنامه درخشان خیامی

غیاث الدین ، ابوالفتح عمر ابن ابراهیم خیامی نیشابوری ، از بزرگترین ریاضیدانان و اندیشمندان اسلامی ، نیمه دوم قرن پنجم و ربع اول قرن ششم است ؛ عمر نام خاص اوست و (غیاث الدین) عنوانی افتخاری است که بعدها در زندگی دریافت نمود . لقب (خیامی) نشان می دهد که پدر یا سایر بستگان وی ، پیشینه خیمه دوزی داشته اند . وی در خانواده ای نیشابوری به دنیا آمد و در همان جا نیز تعلیم و تربیت یافت .

۲– ایران در روزگار حکیم نیشابوری

خیام اندک زمانی پس از اینکه خراسان ، توسط سلجوقیان اشغال شد ، به دنیا آمد . سلجوقیان ، خوارزم ، ایران و آذربایحان را نیز تاراج کردند . آنها امپراتوری بزرگ متزلزلی را بنا نهادند . این دولت را « ابوطالب طغرل یک) بنیاد نهاد و در سال ۵۹۰ قمری به فرمان خلیفه عباسی و به دست خوارزمشاهیان انقراض یافت . در آغاز عصر خیامی ، اروپای غربی در نیمه دوم قرن یازدهم و نیمه اول قرن دوازدهم میلادی ، در

www.kandoocn.com

جهت خرید فایل word به سایت www.kandoocn.com مراجعه کنید
یا با شماره های ۰۹۳۶۶۰۲۷۴۱۷ و ۰۹۳۶۶۴۰۶۸۵۷ و ۰۵۱۱-۶۶۴۱۲۶۰ تماس حاصل نمایید

تعصب جنگ های صلیبی می سوخت . این امر باعث بحران و ایجاد وحشت میان مردم شده بود . فرقه های مختلف سنی و شیعه ، اشعری و نعتزلی ، سرگرم بحث ها و مجادلات اصولی ، فقهی و کلامی بودند ، به طوری که در گوشه و کنار نواحی و حدود وسیع سلطنت سلجوقیان ، جوامع درس و بحث دینی و مجالس مناظره و مناقصه زیاد شد .

خیام در همان شهر نیشابور تعلیم و تربیت یافته و بزرگ شده است . داستان معروف (سه یار دبستانی) یعنی داستان رفاقت حسن صباح ، خواجه نظام الملک طوسی و خیامی نیشابوری ، افسانه ای خودساخته و بی اساس است . در آن روزگار خراسان بزرگ و شهر های معتبر آن چون نیشابور ، کانون علم و ادب بوده است . خیامی در حوزه درس (امام موفق نیشابوری) حاضر می شده است . اما او در یکی از رساله هایش خود را پیرو (شیخ الرئیس) حسین بن عبدالله سینا می خواند . چون خیامی هم عصر آن حکیم نبوده این گفته را باید حمل بر آن کرد که وی خود را شارگزد معنوی و از پیروان مکتب تفکر ابن سینا می دانسته است . او با بیشتر د انشمندان زمان خود ، مراوده ، ملاقات و مباحثه داشته است . محسوس ترین خصوصیتی که از تاریخ زندگی خیامی ، به نظر می آید ، احترام و تکریم تمام کسانی است که از وی به مناسبتی یاد کرده اند و او را به بزرگی ستوده اند و عنوان همایی از قبیل « حجت الحق، اما ، رستور ، فیلسوف و سید الحکماء المشرق و مغرب » به وی داده اند . آوازۀ

جهت خرید فایل word به سایت www.kandoocn.com مراجعه کنید
یا با شماره های ۰۹۳۶۶۰۲۷۴۱۷ و ۰۹۳۶۶۴۰۶۸۵۷ و ۶۶۴۱۲۶۰-۰۵۱۱ تماس حاصل نمایید

علمی خیامی سبب شد که به دربار سلجوقیان راه یابد . امیر سلجوقی عموماً و خصوصاً سلطان ملک شاه ، خیامی را محترم می داشته اند و او را هم مرتبه ندمای خویش می دانسته اند .

سرنوشت دانش پژوهان در آن زمان غالباً تیره و تار بود ، مگر آن که ثروتی می داشتند . آنها ، تنها در صورتی می توانسته که تحقیقات و مطالعات منظمی داشته باشند که به دربار پادشاهان مقتدر یا نجیب زادگان وابسته می شدند . در این شرایط کارسان به میل صاحب منصبان ، درباریان و سرنوشت جنگ ها بستگی داشت . با این حال ، خیامی توانست در این شرایط نامساعد رساله مشکلات الحساب ، رساله ای بدون عنوان در جبر [بعد ها موسوم به رساله در تحلیل یک مسئله] و رساله ای در آموزه موسیقی القول علی جناس التی بالاربعه را به رشته تحریر در آورد .

نگاهی به فهرست کارهای علمی خیامی ما را به مقام او آگاه می سازد . او در تالیف کتاب ها و رساله های خویش ، جر به ضرورت اقدام نمی کرده است . خیامی در سال ٤٦٧ قمری به همراه عده ای دیگر ریاضیدانان و اخترشناسان نامدار به دعوت سلطان ملک شاه سلجوقی به اصفهان می رود . او تقریباً هجده سال که احتمالاً این مدت ، آرام ترین دوران زندگی اشن بوده ، در اصفهان اقامت داشته است . از جمله فعالیت های ضمنی او در این مدت ، اتمام شرح خودش در آموزه خطوط موازی اقلیدس و آموزه نسبت ها در سال ٤٧٠ قمری به نام شرح ما اشکان من مصادرات کتاب اقلیدس

جهت خرید فایل word به سایت www.kandoocn.com مراجعه کنید
یا با شماره های ۰۹۳۶۶۰۲۷۴۱۷ و ۰۹۳۶۶۴۰۶۸۵۷ و ۶۶۴۱۲۶۰-۰۵۱۱ تماس حاصل نمایید

است . این اثر به همراه کتب « الرساله فی البراهین علی مسائل الجبر و المقابله » از جمله مهمترین کارهای علمی اوست . او در طول این سال ها ، در موضوع های فلسفی هم آثاری نوشته است . در سال ٤٨٥ قمری اقبال از خیامی روی می گرداند زیرا در آن زمان ملک شاه فوت کرده و وزیرش نظام الملک نیز به قتل می رسد . پس از مرگ شاه ، خیامی مورد بی مهری قرار گرفته و در زمان سلطان سنجر ، در سال ٤٨٢ قمری ، اصفهان را ترک می کند . روزگاری نیز در مرور زندگی می کند . چایی که احتمالاً خیامی ، میزان الحمکه و فی القسطاس المستقیم را با همکاری خواجه عبد الرحمن خازنی مروزی ، نوشته است .

در سال ٥٠٦ قمری نظامی عروضی سمرقندی (نویسنده کتاب چهار مقاله) ، در شهر بلغ با عمر خیامی و امام ابوالمضفر اسفراری ملاقات کرده و حکیم خیامی به او گفته است (من در موضوعی باشد که بهای ، شمال بر من گل افشان کند) . در زمستان ٥٠٨ قمری ، که حکیم خیامی در شهر مرو بوده است ، از طرف سلطان محمد احضار می شود تا وضع هوا را پیشگویی کتد . سلطان قمر این حکیم را به حکم قدرتی که در پیش این رویدادهای جوی داشت نیکو شناخت و در اکرامش کوشید . گروهی از فیلسوفان و دانشمندان برجسته ایران و اسلام ، از جمله محمد ایلاقی ، نظامی عروضی سمرقندی و عبدالله ابن محمد میانجی از دانش آموختگان مکتب ایشانند و این همه دلالت بر آن دارد که حکیم خیامی بزرگترین دانشمند عصر خود بوده و به حق شهرت

جهت خرید فایل word به سایت www.kandoocn.com مراجعه کنید
یا با شماره های ۰۹۳۶۶۰۲۷۴۱۷ و ۰۹۳۶۶۴۰۶۸۵۷ و ۶۶۴۱۲۶۰-۰۵۱۱ تماس حاصل نمایید

و آوازه نیکو یافته است . بعد از این نشانی از آن مرد بزرگ نیست ، تا آنکه در روز آدینه ۱۱ محرم الحرام ٥٢٦ قمری ، بعد از مطالعه کتاب الهیات الشفاء اثر شیخ الرئیس ابو علی سینا و پس از انجام فریضه نماز ، در شهر نیشابور ، جان به جان آفرین تسلیم کرد . آرامگاهش ، امروزه در چند کیلومتری شرق نیشابور واقع شده است .

۳– حکیم خیامی نیشابوری از نگاه دیگران

دانشمندان فقید ، جورج سارتن ؛ که در اثر نفیس خود مقدمه بر تاریخ علم ، هر دورهٔ پنجاه ساله از تاریخ علم را به افتخار یکی از بزرگترین دانشوران آن دوران نامگذاری کرده ،نیمه دوم سدهٔ یازدهم میلادی را « عصر خیامی » نامیده است . او معتقد است : « بر طبق تحقیقات و نظر محققان ، خیامی خاصه در علم جبر ، یکی از بزرگترین ریاضیدانان قرون وسطی است . این رای ناشی از این است که در تاریخ ریاضیات ، حکیم خیامی اولین کسی است که به تحقیق منظم علمی در معادلات درجه های اول ، دوم و سوم پرداخته و طبقه بندی تحسین آوری از معادلات آورده است . در حل تمام صورت های معادلات درجه سوم ، با روش علمی تحقیق کرده و به حل [در اغلب موارد ناقص] هندسی آنها توفق یافته است . رساله او در دانش جبر ، معرف یک فکر علمی می باشد و این رساله یکی از برجسته ترین آثار قرون وسطایی و احتمالاً برجسته ترین ، آنها در این علم است » . نظامی عروضی سمرقندی درباره اعتقاد حکیم خیامی به احکام نجوم نوشته است : اگر چه حکم حجت الحق عمر بدیدم ، اما ندیدم

جهت خرید فایل word به سایت www.kandoocn.com مراجعه کنید
یا با شماره های ۰۹۳۶۶۰۲۷۴۱۷ و ۰۹۳۶۶۴۰۶۸۵۷ و ۰۵۱۱-۶۶۴۱۲۶۰ تماس حاصل نمایید

و نشنیدم که در احکام نجوم اعتقادی داشت . » علی دشتی در کتاب دمی با خیام می نویسد : ابوالحسن بیهقی ، حکیم خیامی را « مسلط بر تمام اجزای حمکت و ریاضیات و معقولات » گفته است . زمخشری ، دانشمند معروف لغت و تفسیر ، او را « حکیم جهانی و فیلسوف گیتی » نام برده است .

۴– آثار ریاضی حکیم خیامی

۱– الرساله فی البراهین علی مسائل علم الجبر و المقابله .

عمده ترین اثر ریاضی خیامی ، کتاب جبر و مقابله اوست . از این رساله ، هفت نسخه خطی شناخته شده است . متن عربی و ترجمه فارسی این کتاب همراه نسخه خطی شناخته شده است . متن عربی و ترجمه فارسی این کتاب همراه شرح و حواشی عالمانه ، به همت روان شاد دکتر غلامحسین مصاحب به نام حکیم عمر خیام بعنوان عالم جبر تاکنون سه مرتبه با ویرایش جدید در سال های ۱۳۱۷ ، ۱۳۳۹ و ۱۳۷۹ خورشیدی چاپ و انتشار یافته است .

۲– رساله فی قسمه ربع دایره / رساله در تحلیل یک مسئله .

این رساله را خیامی ،پیش از رساله جبر و مقابله خود نوشته است . موضوع آن تحلیل یک مسئله هندسی به معادله درجه سوم و حل آن به وسیله قطوع مخروطی است . در امرداد ماه سال ۱۳۱۰ خورشیدی ، زنده یاد عباس اقبال آشتیانی ، ضمن مقاله ایی با عنوان « راجع به احوال حکیم عمر خیام نیشابوری » در شماره هشت دوره اول ماهنامه

جهت خرید فایل word به سایت www.kandoocn.com مراجعه کنید
یا با شماره های ۰۹۳۶۶۰۲۷۴۱۷ و ۰۹۳۶۶۴۰۶۸۵۷ و ۰۵۱۱-۶۶۴۱۲۶۰ تماس حاصل نمایید

شرق نوشت : « غیر از تالیفاتی که از خیام در دست است و یا مورخین از او نقل کرده اند ، نگارنده رساله ای از او دارم به عربی در پنج ورق به خط نسخ ریز ، در حل یک مسئله جبری به وسیله قطوع مخروطی ، در جواب کسی که آن را از حکیم سوال کرده و عنوان آن این است : هذه رساله لابی الفتح عمر ابن ابراهیم الخیامی . دکتر غلامحسین مصاحب ، با اجازه عباس اقبال آشتیانی آن رساله را برای خو استنساخ کرد. پس از درگذشت اقبال ، مجموعه ایی که رساله یاد شده ضمن آن بود . به کتابخانه مرکزی دانشگاه تهران انتقال یافت . به سال ۱۳۳۹ خورشیدی ، دکتر مصاحب این رساله را با عنوان رساله در تحلیل یک مسئله همراه با ترجمه فارسی آن ، در ضمن کتاب حکیم عمر خیام به عنوان عالم جبر در تهران منتشر کرد و عکس نسخه خطی را که در کتابخانه مرکزی دانشگاه تهران نگهداری می شود ، ضمیمه نمود . به سال ۱۹۶۱ میلادی ترجمه انگلیسی این رساله با عنوان ***A Paper of Omar Khayyam*** به اهتمام علی رضا امیر معز در صفحه های ۳۲۷-۳۲۳ شماره ٤ ، دوره بیست و ششم مجله ***Scripta Mathematica*** منتشر شد . به سال ۱۹۸۱ میلادی ، رشدی راشد و احمد جبار ، همین رساله را ضمن مجموعه رسائل الخیام الجبریه از روی نشری که پیشتر دکتر مصاحب کرده بود ، به همراه ترجمه گونه ای به فرانسه ، از سوی دانشگاه حلب (سوریه) به عنوان سومین نشر از سلسله « مصادر و دراسات فی التاریخ الاریاضیات العربیه » انتشار دادند. خیامی در این رساله وعده می دهد که اگر فراغتی

جهت خرید فایل word به سایت www.kandoocn.com مراجعه کنید
یا با شماره های ۰۹۳۶۶۰۲۷۴۱۷ و ۰۹۳۶۶۴۰۶۸۵۷ و ۰۵۱۱-۶۶۴۱۲۶۰ تماس حاصل نمایید

یابد، کتابی در حل و بیان انواع معادلات بنویسید . بدین ترتیب چنان می نماید که تدوین رساله جبر و مقابله در انجام قولی است که در این رساله داده شده و به تبع آن، تدوین رساله جبر و مقابله بعد از سامان یافتن رساله حاضر بوده است .

۳- رساله فی شرح ما اشکل من مصادرات اقلیدس

این دومین اثر ریاضی خیامی است که بخصوص از جهت تاریخ ریاضیات اهمیت دارد. این رساله ، درباره اصل موضوع معروف اقلیدس مربوط به خطوط متوازی و مباحث مربوز به نسبت و تناسب است . یک نسخه خطی از این رساله در کتابخانه ملی پاریس به شماره ٤٩٤٦/٤ . ***Ar*** و نسخه دیگر در لندن به شماره ۱۹۹/۸ . ***Or*** موجود است .

متن عربی این رساله در ١٣١٤ خورشیدی با یک مقدمه به زبان فارسی (در ۱۹ صفحه) و یک مقدمه عربی (در ۵ صفحه) توسط دکتر تقی ارانی در تهران چاپ شده است . به سال ١٣٤٦ یک بار دیگر نیز همین رساله با متن عربی و ترجمه فارسی تحت عنوان خیامی نامه به همت مرحوم جلال الدین همایی انتشار یافت .

از نظر اهمیتی که این رساله از دید تاریخ رضیات دارد ، در بیشتر کتاب ها و کجلات مربوط به تاریخ ریاضیات کمابیش درباره محتویات آن بحث شده است .

٤- مشکلات الحساب

جهت خرید فایل word به سایت www.kandoocn.com مراجعه کنید
یا با شماره های ۰۹۳۶۶۰۲۷۴۱۷ و ۰۹۳۶۶۴۰۶۸۵۷ و ۰۵۱۱-۶۶۴۱۲۶۰ تماس حاصل نمایید

در فهرست ابتدای نسخه دستنوشت شماره ۹٦٧ قدیم و شماره ۱۹۹ جدید کتابخانه شهر لیدن ***Leiden*** هلند ، نام این کتاب آمده است . اما متاسفانه مشکلات الحساب در جزو آن مجموعه نیست و تاکنون هم نشانه ای از وجود این کتاب به دست نیامده است .

۵- رساله در صحت طرق هندی برای استخراج جذر و کعب

نام این رساله نیز در فهرست نسخ فارسی و عربی کتابخانه مشرق بنکیپور (کلکته ۱۹۰۸ میلادی) به نام حکیم خیام مذکور است ولی تاکنون نسخه ای از آن بدست نیامده است .

تحلیل علمی محتوای جبری رساله حکیم خیامی

۱- مقدمه کتاب جبر و مقابله

... مقدمه روزگاری زندگی می کنیم که از اهل دانش عده کمی با هزاران محنت ، باقیمانده اند که در صدد آن هستند که غفلت های زمان ها ، حق را جامعه باطل می پوشانند و از حد ریا و تظاهر به دانش ، قدمی فراتر نمی گذارند ، و آنچه را که می دانند جز در راه خواست های تن خود عرضه نمی دارند ، و اگر ببینند که کسی جهد در جستن حق و عرضه داشتن راستی و ترک باطل و خودنمایی و خدمه دارد ، او را خوار می شمرند و تمسخر می کنند ؛ و در حال خدا یار و پناه همگان است و در همه حال توکل بر اوست . ...

جهت خرید فایل word به سایت www.kandoocn.com مراجعه کنید
یا با شماره های ۰۹۳۶۶۰۲۷۴۱۷ و ۰۹۳۶۶۴۰۶۸۵۷ و ۶۶۴۱۲۶۰-۰۵۱۱ تماس حاصل نمایید

به یاری خدا و توفیق وی گویم که جبر و مقابله فنی است . علمی ، که موضوع آن عدد مطلق و مقادیر قابل سنجش است از آن جهت که اگر چه خود مجهول هستند ولی مربوط به چیرهایی هستند که معلومند و مجهول جز آن نیست و از بررسی رابطه بین مجهولات و معلومات ، می توان مجهولات را یافت . مطلوب علم جبر ، عوارض است که به موضوع آن ، ملحق می شود و تمامیت آن آگاهی از روش های تعلیمی است که به وسیله آنها استخراج مجهولات عددی یا هندسی مفهوم می شوند . مقادیر ، کمیت های متصل است و بر چهار نوهند : خط ، سطح ، جسم [حجم] ، و زمان .

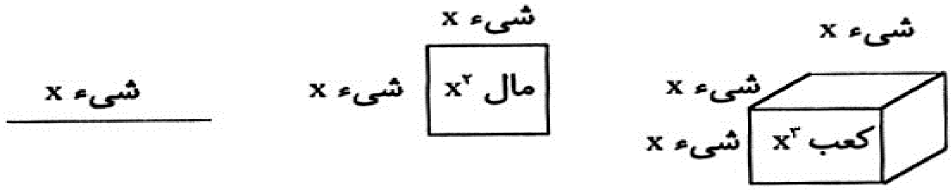
۲- متن کتاب جبر و مقابله

۲-۱- بعضی اصطلاح های جبری

« مجهولی را که می خواهند استخراج کنند ؛ شیء (x) می نامند. » گفتنی است همانگونه که واضع کلمه جبر و مقابله محمد بن موسی خوارزمی بوده است ، همانگونه که واضع کلمه جبر و مقابله محمد بن موسی خوارزمی بوده است ، مجهول « شیء » را نیز او وضع کرده است . پس از آنکه کتاب جبر او از راه اسپانیا به اروپا راه یافت ، مقدار مجهول خوارزمی ، شیء ، هیناً به زبان اسپانیولی وارد شده و آن را ***Xei*** گفتند . (X به زبان اسپانیولی ش تلفظ می شوند .) بعدها برای سهولت و کوتاهی کلام فقط حرف اول این کلمه را گرفته ، مجهول را به حرف x نشان دادند .

جهت خرید فایل word به سایت www.kandoocn.com مراجعه کنید
یا با شماره های ۰۹۳۶۶۰۲۷۴۱۷ و ۰۹۳۶۶۴۰۶۸۵۷ و ۶۶۴۱۲۶۰-۰۵۱۱ تماس حاصل نمایید

حاصلضرب شیء در خودش مال (X^2) و حاصلضرب مال را در شیء ، کعب (X^2) گویند .



« از کتاب اقلیدس در اصول معلومات که این مراتب جملگی متناسب اند ، یعنی نسبت واحد به جذر ، مثل نسبت جذر به مال و مثل سبت مال به کعب است . »

به عبارت امروزی :

$$\frac{a}{ax} = \frac{bx}{bx^2} = \frac{cx^2}{cx^3}$$

« استخراج های جبر ، به وسیله انجام می پذیرد و آن ، بنا به مشهور ، معادله برخی از این مراتب است با بعضی از آنها . » مقصود عدد ، شیء X ، مال X^2 و کعب X^3 و غیره است . معادلات مورد بحث خیامی یک مجهولی است و او همواره ضریب (عده) جمله بالاترین درجه را واحد می گیرد .

مثلاً معادله $X^3 + ax^2 + bc = c$ را به عبارت « کعبی و مالی و جذری ، معادل عدد است » بیان می کند . « آنچه از این معادلات چهارگانه هندسی یعنی اعداد مطلق ، اضلاع ،مربع ها و مکعب ها در کتاب های اهل جبر آمده است سه معادله است بین عدد و اضلاع و مال ها » . مقصود سه معادله زیر است :

جهت خرید فایل word به سایت www.kandoocn.com مراجعه کنید
یا با شماره های ۰۹۳۶۶۰۲۷۴۱۷ و ۰۹۳۶۶۴۰۶۸۵۷ و ۶۶۴۱۲۶۰-۰۵۱۱ تماس حاصل نمایید

$X^2 + bx = a$

$X^2 + a = bx$

$X^2 = a + bx$

خیامی در اینجا معادله هـای $a = x$ و $a = x^2$ و $bx = x^2$ را کـه در آثـار پیشـینیان آمده است ، از قلم انداخته ، اما بعداً در طبقه بندی آورده است .

۲-۲- طبقه بندی معادلات

در ریاضیات دوره اسلامی معادله دو جمله ای را مفردات و معادله هایی که بیش از دو جمله داشته اند ، مقترانات و گاهی مرکبات خوانده اند از نظر حکیم خیامی معـادلات بین این چهار مرتبه (عدد شیء مال و کعب) به مفردات و مقترانات تقسیم می شود و مفردات شش نوع است :

جدول معادلات مفرده

ردیف	بیان حکیم خیامی	بیان امروزی
۱	عددی معادل جذر است.	$a = x$
۲	عددی معادل مال است .	$a = x^2$
۳	عددی معادل کعبی است.	$a = x^3$
٤	جذرهایی معادل مال است.	$bx = x^2$
٥	مال هایی معادل کعب است.	$cx^2 = x^3$
٦	جذرهایی معادل کعب است .	$bx = x^3$

جهت خرید فایل word به سایت www.kandoocn.com مراجعه کنید
یا با شماره های ۰۹۳۶۶۰۲۷۴۱۷ و ۰۹۳۶۶۴۰۶۸۵۷ و ۰۵۱۱-۶۶۴۱۲۶۰ تماس حاصل نمایید

« در کتاب های جبر گفته اند نسبت شیء به مال مثل نسبت مـال بـه کعـب اسـت . »

یعنی :

$$\frac{X}{X^2}=\frac{X^2}{X^3}$$

« و نیز گفته اند که نسبت عدد به مال مثل نسبت جذر به کعب است . »

$$\frac{a}{X^2}=\frac{ax}{X^3}$$

جدول معادلات چند جمله ای درجه دوم

ردیف	بیان حکیم خیامی	بیان امروزی
۷	مالی و جذری معادل عدد است	$x^2+bx=a$
۸	مالی و عددی ، معادل جذری است	$x^2+a=bx$
۹	جذری و عددی ، معادل مالی است .	$bx+a=x^2$

جدول معادلات چند جمله ای درجه سوم قابل تحویل به درجه دوم

ردیف	بیان حکیم خیامی	بیان امروزی
۱۰	کعبی و مالی معادل جذری است .	$x^3+cx^2=bx$
۱۱	کعبی و جذری معادل جذری است .	$x^3+bx=cx^2$
۱۲	جذری و مالی معادل کعبی است .	$cx^2+bx=x^3$

« اهل جبر گفته اند که معادله کعب و جذر با مال در حکم معادله مال و عدد بـا جـذر است . » یعنی معادلـه $x^3+bx=cx^2$ بـا معادلـه $x^2+b=cx$ معـادل اسـت . التـه حکیم عمر خیامی از ریشه $x=0$ بی خبر بوده اند .

جهت خرید فایل word به سایت www.kandoocn.com مراجعه کنید
یا با شماره های ۰۹۳۶۶۰۲۷۴۱۷ و ۰۹۳۶۶۴۰۶۸۵۷ و ۰۵۱۱-۶۶۴۱۲۶۰ تماس حاصل نمایید

جدول معادله های چند جمله ای درجه سوم

ردیف	بیان حکیم خیامی	بیان امروزی
۱۳	کعبی و جذری معادل عدد است .	$x^3 + bx = a$
١٤	کعبی و عددی معادل جذری است .	$x^3 + a = bx$
١٥	عددی و جذری معادل کعبی است .	$a + bx = x^3$
١٦	کعبی و مالی معادل عددی است .	$x^3 + cx^2 = a$
١٧	کعبی و عددی معادل مالی است .	$x^3 + a = cx^2$
١٨	عددی و مالی معادل کعبی است .	$a + cx^2 = x^2$

حکیم خیامی نیشابوری ، برهان هندسی این معادله را فقط بـه وسـیله خـواص مقـاطع مخروطی ، به دست می دهد .

جدول معادله های چند جمله ای درجه سوم که در آن سه مرتبه معادل یک مرتبه دیگر هستند.

ردیف	بیان حکیم خیامی	بیان امروزی
۱۹	کعبی و مالی و جذری معادل عددی است.	$X^3+cx^2=bx=a$
۲۰	کعبی و مالی و عددی معادل جذری است..	$X^3+cx^2+a=bx$
۲۱	کعبی و جذری و عددی معادل مالی است.	$X^3+bx+a=cx^2$
۲۲	کعبی معادل جذری و مالی و عددی است.	$X^3=bx+cx^2+a$

جدول معادله های چند جمله ای درجه سوم که در آن دو مرتبه معادل دو مرتبه دیگر هستند.

ردیف	بیان حکیم خیامی	بیان امروزی
۲۳	کعبی و مالی معادل جذری و عددی است.	$X^3+cx^2=bx+a$
٢٤	کعبی و جذری معادل مالی و عددی است.	$X^3+bx=cx^2+a$
۲۵	کعبی و عددی معادل جذری و مالی است.	$X^3+a=bx+x^2$

جهت خرید فایل word به سایت www.kandoocn.com مراجعه کنید
یا با شماره های ۰۹۳۶۶۰۲۷۴۱۷ و ۰۹۳۶۶۴۰۶۸۵۷ و ۰۵۱۱-۶۶۴۱۲۶۰ تماس حاصل نمایید

حکیم نیشابور را باور این است که ما را راهی به حل هیچ یک، جز به طریق هندسی نیست و برهان ین معادله جز به وسیله خواص مقاطع مخروطی انجام پذیر نمی باشد.

استاد خایمی پس از برشمردن این ۲۵ نوع معادله جبری، می فرمایند: « من به زودی، راه حل هر یک را ثابت می کنم و در این کار از خداوند یاری می جویم. چون وی هرکس را که خالصانع بع او توکل کند، هدایت و از دیگران مستغنی می فرماید.»

۲-۳ حل و بحث معادلات

کوشش بر آن است تا در ابتدای این گفتار، دستور حل مسائل از راه جبر و مقابله به روش ریاضیدان قدیم ایرانی تبیین شود، سپس نمونه هایی چند برای فهم بهتر، حل و بررسی گردند.

۲-۳-۱ حل معادله درجه اول

حل هر مسأله از دو عمل مختلف تشکیل شده است.

الف- تبدیل مسأله به معادله: در روش قدیم « اگر مسأله ای مطرح شو.دف مجهول را شیء (x) فرض کرده و به آنچه که از مسأله استنباط می شود، عمل نموده و شرایط مسأله را چنانکه در حساب معمول است اجرا کرده تا مقدار آن از روی دو عبارت متعادل با یکدیگر به دست آید و همین که معادله تشکیل شد، آن را مسأله جبری می نامند» یا «بین دو معلومات و مجهولات مسأله، روابطی به نام معادله برقرار است. در هر صورت «صحت جواب مسأله را امتحان می کنند.»

جهت خرید فایل word به سایت www.kandoocn.com مراجعه کنید
یا با شماره های ۰۹۳۶۶۰۲۷۴۱۷ و ۰۹۳۶۶۴۰۶۸۵۷ و ۰۵۱۱-۶۶۴۱۲۶۰ تماس حاصل نمایید

ب- حل معادله: در کتاب های جبر جدید، برای حل هر معادله یعنی پیدا کردن جواب یا جواب های معادله، نکاتی تذکر داده شده است که عبارتند از:

۱- به دو طرف معادله می توانم مقدار یا مقادیری مساوی، اضافه و کم کرد.

۲- دو جمله مساوی را از دو طرف معادله، می توان حذف کرد.

۳- می توان جمله های طرفیت معادله را از طرفی به طرف دیگر بردهف به شرطی که علامت انها را تغییر دهیم.

٤- می توان دو طرف معادله را در دو عدد مساوی مخالف صفر ضرب یا بر آن تقسیم کرد.

مهمترین عمل در جبر و مقابله قدیم انجام بند ۳ دستور بالا بوده است. زیرا در مواردی که در یک طرف یا هر دو طرف معادله، علامت منها (-) بر جمله ای مقدم بوده جمله مزبور را به طرف دیگر و علامت (+) بر آن مقدم می داشتند، این عمل را جبر می گفتند، زیرا کلمه جبر به معنای تمام و کامل بوده است. در مورد بند ۲ دستور بالا، عین این عمل را قدما نیز انجام داده و آن را مقابله ی نامیدند، در بعضی از کتاب های ریاضی قدیمف مقابله را با «حذف مقادیر متشابهه» مترادف گرفته اند. از مطالب مورد بحث معلوم شد که برای حل مسائل جبری (تبدیل مسأله به معادله و حل معادله) ریاضیدانان دوره اسلامی قواعهدی ب کار می برده اند که کوچکتریت تفاوتی با آنچه امروزه ریاضیدانان به کار می برند، ندارد.

جهت خرید فایل word به سایت www.kandoocn.com مراجعه کنید
یا با شماره های ۰۹۳۶۶۰۲۷۴۱۷ و ۰۹۳۶۶۴۰۶۸۵۷ و ۰۵۱۱-۶۶۴۱۲۶۰ تماس حاصل نمایید

مسأله: کدام عدد است که اگر بـه دو برابـر آن یـک واحـد افـزوده و مجمـوع را در ۳ ضرب نموده، و بر حاصل ۲ واحد بیفزائیم، سپس آنچه به دست مـی ایـد در ٤ ضـرب کرده و بر حاصل ۳ واحد اضافه کنیم نتیجه ۹۵ شود؟

مراحل حل مسأله

ردیف	روش جدید	روش قدیم
۱	x	عدد مطلوب را شیء فرض می کنیم
۲	$2x=1$	به ۲ برابرش، یک واحد می افزائیم یعنی دو شیء و یک واحد
۳	$6x+3$	در ۳ ضرب می کنیم یعنی شش شیئ و سه واحد
٤	$6x+5$	به آن ۲ واحد اضافه می کنیم یعنی شش شید و پنج واحد
٥	$24x+20$	آن را در ٤ ضرب می کنیم یعنی ٢٤ شیء و ۲۰ واحد
٦	$24x+23$	۳ واحد بر آن می افزائیم، یعنی ٢٤ شیء و ۲۳ واحد
۷	$24x+23=95$	بنا به فرض مسأله معادل ۹۵ است
۸	$24x=72$	حذف عدد مشترک ۲۳ از دو طرف معادله یعنی: ٢٤ شیء که برابر است با ۷۲ واحد
۹	$x=\frac{72}{24}$	این عدد را بر ٢٤ که عدد اشیاء است و تقسیم می کنیم
۱۰	$X=3$	عدد ۳ به دست می آید که مقدار مجهول و جواب مسأله است

شرح این عملیات با علامت ها و نمادهای کنونی چنین است:

$$\{[3(2x+1)+2]\times 4\}+3=95$$
$$[6x=3+2)\times 4]+3=95$$
$$24x+23=95$$
$$24x=72 \Rightarrow x=\frac{72}{24}=3$$

www.kandoocn.com

جهت خرید فایل word به سایت www.kandoocn.com مراجعه کنید
یا با شماره های ۰۹۳۶۶۰۲۷۴۱۷ و ۰۹۳۶۶۴۰۶۸۵۷ و ۰۵۱۱-۶۶۴۱۲۶۰ تماس حاصل نمایید

۲-۳-۲ حل معادله درجه دوم

آنچه که امروز به عنوان شیوه حل معادلات درجه دوم، تدریس می شود، تماماً بدون اندک دخل و تصرفی از کتاب جبر و مقابله خوارزمی اقتباس شده است. تنها کاری که اروپایی ها در مورد معادلات در جه دوم انجام داده اند، تغییر اصطلاحات و دخالت حروف و علامت در آنها سات. به بیان روابط ریاضی امروزی:

معادله های کامل درجه دوم را می توان به صورت کلی زیر در آورد:

$$ax^2+bx+C=0$$

برای حل آن ابتدا معلووم و مجهول می کنیم. **$ax2+bx=-C$**

دو طرف را بر ضریب x^2 یعنی a تقسیم می کنیم $x^2+\frac{b}{a}x=\frac{-c}{a}$

$\frac{b}{a}$ را نصف کرده $(\frac{b}{2a})$ ، مجذور آن را $(\frac{b^2}{4a^2})$ را به دو طرف اضافه می کنیم:

$$x^2+\frac{b}{a}x+\frac{b^2}{4a^2}=\frac{-c}{a}+\frac{b^2}{4a^2}$$

طرف اول را به صورت مربع کامل می نویسیم: $(x+\frac{b}{2a})^2=\frac{b^2-4ac}{4a^2}$

از دو طرف جذر می گیریم: $x+\frac{b}{2a}=\pm\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

$\frac{b}{2a}$ را به طرف دوم می آوریم: $x+\frac{b}{2a}\pm\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{a}$

جواب های معادله: $x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{a}$

جهت خرید فایل word به سایت www.kandoocn.com مراجعه کنید
یا با شماره های ۰۹۳۶۶۰۲۷۴۱۷ و ۰۹۳۶۶۴۰۶۸۵۷ و ۶۶۴۱۲۶۰-۰۵۱۱ تماس حاصل نمایید

اگر a یعنی ضریب x^2 مساوی واحد باشد، معادلات کامل درجه دوم را می توان به صورت $x^2+px+q=0$ درآورد و آنگاه فرمول کلی حل این قبیل معادله ها: $x = \frac{-p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$ می باشد.

مسأله: اجرت کارگری ر هر ماه نود دینار است. تعیین کنید چند روز مشغول کار بوده، در حالی که اگر از مزدی که دریافت کرده ، ۳ دینار کم کنیم، حاصل مساوی مجذور روزهایی خواهد شد که کار کرده است.

مراحل حل مسأله

ردیف	روش جدید	روش قدیم
۱	x	عده روزهایی که کار کرده است شیء فرض می کنیم
۲	$3x$	اجرتش مساوی ۳ شیء خواهد بود
۳	$3x-2$	۲ دینار از آن کم می کنیم
٤	$3x-2=x^2$	این مقدار برابر مجذور شییٔ است
۵	$X^2+2=3x$	مجذور شیء و ۲ واحد معادل است با ۳ شیء

برای حل معادله $x^2-3x+2=0$ به دو روش اقدام می کنیم.

جدول با اصطلاحات جدید برای حل معادله $x^2-3x+2=0$

$-p$	$\frac{-p}{2}$	$\frac{p^2}{4}$	q	$\frac{p^2}{4}-q$	$\sqrt{\frac{p^2}{4}-q}$	$x_1 = -\frac{p}{2} + \sqrt{\frac{p^2}{4}-q}$	$x_2 = -\frac{p}{2} + \sqrt{\frac{p^2}{4}-q}$	مراحل
۳	$\frac{3}{2}$	$\frac{9}{4}$	۲	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	۲	۱	جواب مراحل
						جوابهای معادله		

جهت خرید فایل word به سایت www.kandoocn.com مراجعه کنید
یا با شماره های ۰۹۳۶۶۰۲۷۴۱۷ و ۰۹۳۶۶۴۰۶۸۵۷ و ۰۵۱۱-۶۶۴۱۲۶۰ تماس حاصل نمایید

جدول با اصطلاحات قدیم برای حل معادله $x^2+2=3x$

عدد اشیاء	نصف آن	مجذور نصف عدد اشیاء	عدد	عدد را از مجذور نصف عدد اشیاء کم می کنیم	جذر آن	جذر را یک نوبت به نصف عدد اشیاء اضافه می‌کنیم	مرتبه دیگر از آن کم می کنیم	مراحل
۳	$1\frac{1}{2}$	$2\frac{1}{4}$	۲	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	۲	۱	جواب مراحل
						جوابهای معادله		

۲-۳-۲-۱- بحث در مورد جواب های معادله درجه دوم

باتوجه به دستور $x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ و تعریف مقدار $\Delta=b^2-4ac$ به عنوان دلتا یا مبین معادله درجه دوم، بحث در مورد جوابها چنین خواهد بود:

۱) $\Delta>0$ معادله دارای دو ریشه است.

۲) $\Delta=0$ معادله دارای یک ریشه مضاعف است. $\Rightarrow x_1=x_2=\frac{-b}{2a}$

۳) $\Delta<0$ معادله ریشه ندارد.

باتوجه به دستور $x_1=\frac{-p}{2}\pm\sqrt{\frac{p^2}{4}-q}$ بحث در مورد جواب های معادله چنین خواهد بود:

۱) $\frac{p^2}{4}-q>0$ معادله دارای دو ریشه است.

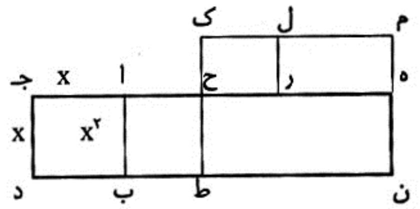
۲) $\frac{p^2}{4}-q=0$ معادله دارای یک ریشه مضاعف است. $\Rightarrow x=\frac{-p}{2}$

جهت خرید فایل word به سایت www.kandoocn.com مراجعه کنید
یا با شماره های ۰۹۳۶۶۰۲۷۴۱۷ و ۰۹۳۶۶۴۰۶۸۵۷ و ۶۶۴۱۲۶۰-۰۵۱۱ تماس حاصل نمایید

معادله جواب ندارد. $۳) \frac{p^2}{4} - q < 0$

۲-۳-۲-۲- روش حل هندسی حکیم خیامی نیشابوری

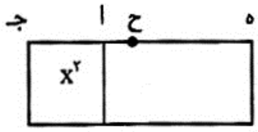
حکیم خیامی برای حل معادله درجه دوم $x^2+21=10x$ چنین عمل می کند:

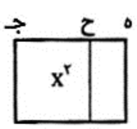


مربعی می سازیم که طول هر ضلع آن مساوی x یعنی مقدار مجهول باشد و آن را مربع (ا ب د ج) می نامیم.

سپس ضلع (جـ ا) را به اندازه (ا ه) امتداد می دهیم، به طوری کـه (جــ ه) مسـاوی ۱۰ یعنی برابر ضریب x گردد و مربـع مسـتطیل (جــ ن) را بنـا مـی کنـیم. مسـاحت ایـن مستطیل که عرضش x و طولش ۱۰ است، مساوی ۱۰x خواهد بود و آن معـادل اسـت با: سطح مستطیل (ن ا)+ سطح مربع (ا د) پس طبق معادله مفروض ۲۱= سطح مستطیل (ن ا) خواهد بود. حال ضلع (جـ ه) را نصف می کنیم، دو حالـت ممکـن اسـت اتفـاق افتد:

در حالت اول (ا جـ) کوچکتر از نصف (ه جـ) (ه جـ=۱۰= ضریب x مـی باشـد) و در حالت دوم (ا جـ) برگتر از نصف (ه جـ) می باشد.





در حالت اول نقطه (ح) وسط (ه جـ) می باشد، پس

جهت خرید فایل word به سایت www.kandoocn.com مراجعه کنید
یا با شماره های ۰۹۳۶۶۰۲۷۴۱۷ و ۰۹۳۶۶۴۰۶۸۵۷ و ۶۶۴۱۲۶۰-۰۵۱۱ تماس حاصل نمایید

$5=\frac{10}{2}=$ خط (ح ه) = خط (جـ ح)

سپس خط (ط ح) را که مساوی (جـ د) یعنی x است به انـدازه (ح ک)=(ح ا)، امتـداد می دهیم و چنین خواهیم داشت: ۵=(جـ ج)=(ط ک)

حال بر روی ضلع (ط ک) مربع ۰ط م) را بنا می کنیم. چون طول هر ضلع ایـن مربـع مساوی ۵ است. بنابراین مساحت ان ۲۵ خواهد شد کـه درحقیقـت مربـع بـا مجـذور نصف ضریب x است. $25=(\frac{10}{2})^2=(\frac{p}{2})^2=\frac{p^2}{4}$

و می دانیم که مساحت هر مربع مستطیل (ه ب) مساوی ۲۱ بوده و مسـتطیل (ط ا) از آن جدا شده است. اکنون خط (ک ل) را به اندازه (ک ح) جـدا کـرده، مربـع (ح ل) را می سازیم و گوئیم خط (ط ح) مساوی خط (م ل) است؛ پس سـطح (م ر) را مسـاوی سطح (ط ا) می شود.

بنابراین:

۲۱= سطح (ه ب)= سطح (ط ا)+ سطح (ه ط)= سطح (م ر)+ سطح (ه ط) و چـون ۲۵ = سطح (م ط)

پس اگر سطوح (ه ط) و (م ر) را از سطح (م ط) کم کنیم، مربع کوچک (ر ک) بـاقی می ماند، بنابراین مساحت مربع کوچک (ر ک) مساوی است با :

۲۵-۲۱=٤

و جذر آن مساوی است باخط (ر ح) که آن هم مساوی است با خط (ح ا)،

جهت خرید فایل word به سایت www.kandoocn.com مراجعه کنید
یا با شماره های ۰۹۳۶۶۰۲۷۴۱۷ و ۰۹۳۶۶۴۰۶۸۵۷ و ۶۶۴۱۲۶۰-۰۵۱۱ تماس حاصل نمایید

پس: $2=\sqrt{4}=\sqrt{25-21}$ = خط (ح ا)= خط (ر ح)

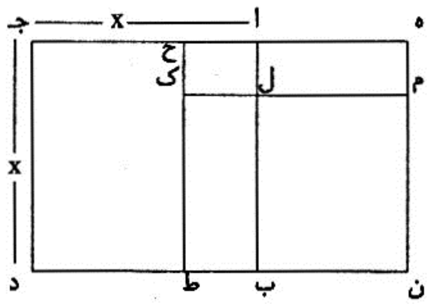
و اگر آن را از خط (ح جـ) که مساوی $5=\frac{10}{2}$ یا نصف ضریب x است، کم کنیم، خط (ا جـ) باقی می ماند، پس x=(ا جـ) خط = ۵-۲=۳

در حالت دوم نظیر همان استدلال ها را با مختصر اختلافی در وضع حروف تکرار می کنیم و نتیجه این می شود که باید عدد ۲ را که نمودار خط (ح ا) می باشد به خط (ح جـ) که مساوی $5=\frac{10}{2}$ یا نصف x است بیفزائیم تا خط (ا جـ) یا x بدست آید.

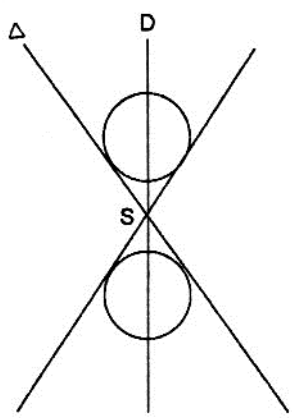
پس: x= (ا جـ) خط =۵+۲=۷

و به این طریق می بینیم که معادله $x^2+21=10x$ دو جواب دارد.

$X_1=3$, $x_2=7$



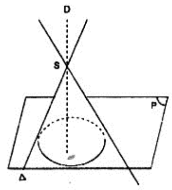
۲-۳-۳- گفتاری در مقاطع مخروطی

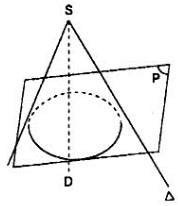


دو خط Δ و D را که در نقطه ای مانند S متقاطع اند، در نظر می گیریم. اگر خط D ثابت باشد و خط Δ حول خط D با زاویه ثابتی دوران نماید از دوران این خط سطحی به وجود می آید که سطح مخروط دواری نامیده می شود.

جهت خرید فایل word به سایت www.kandoocn.com مراجعه کنید
یا با شماره های ۰۹۳۶۶۰۲۷۴۱۷ و ۰۹۳۶۶۴۰۶۸۵۷ و ۶۶۴۱۲۶۰-۰۵۱۱ تماس حاصل نمایید

نقطه S را رأس خط D را محور و خط Δ را مولد سطح مخروطی دوار می نامند. سطح مخروطی دوار دو دامنه دارد که در طرفین رأس آن واقع اند. فصل مشترک یک صفحه با سطح مخروط دوار را مقطع مخروطی می نامند. اگر صفحه ای مانند P سطح مخروطی دواری را قطع کند:

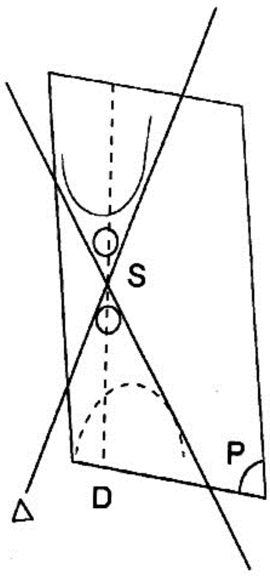




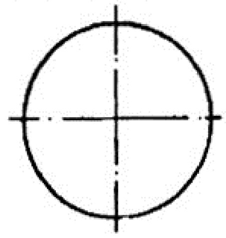
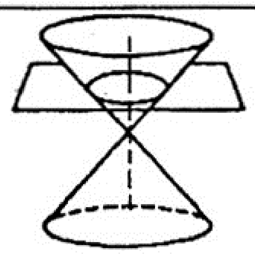
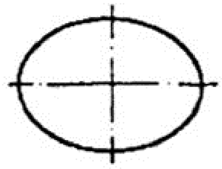
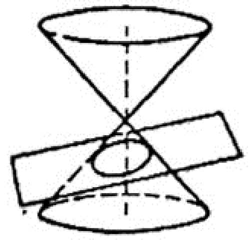
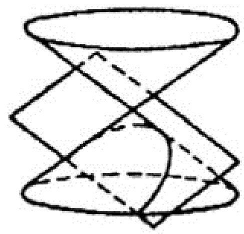
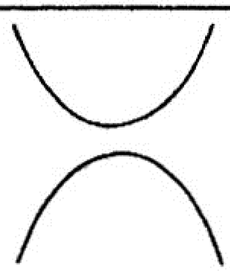
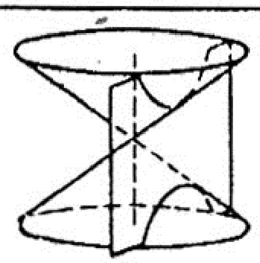
۱- اگر صفحه P بر محور سطح مخروطی عمود باشد و از رأس سطح مخروطی نیز نگذرد، مقطع ایجاد شده دایره است.

۲- اگر صفحه P بر محور سطح مخروطی عمود نباشد، اما همه مولدهای سطح مخروطی را در یک طرف دامنه قطع کند، مقطع ایجاد شده بیضی ***(Ellipse)*** است.

۳- اگر صفحه P از رأس سطح مخروطی نگذرند و هر دو دامنه سطح مخروطی را قطع نماید مقطع ایجاد شده هذلولی ***(Hyperbole)*** است.



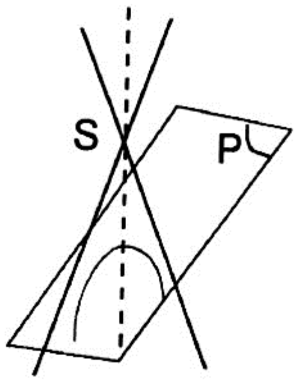
جهت خرید فایل word به سایت www.kandoocn.com مراجعه کنید
یا با شماره های ۰۹۳۶۶۰۲۷۴۱۷ و ۰۹۳۶۶۴۰۶۸۵۷ و ۰۵۱۱-۶۶۴۱۲۶۰ تماس حاصل نمایید

مقطع مخروطی	شکل مقطع	نوع تقاطع
دایره		
بیضی		
سهمی		
هذلولی		

مقاطع مخروطی

جهت خرید فایل word به سایت www.kandoocn.com مراجعه کنید
یا با شماره های ۰۹۳۶۶۰۲۷۴۱۷ و ۰۹۳۶۶۴۰۶۸۵۷ و ۰۵۱۱-۶۶۴۱۲۶۰ تماس حاصل نمایید

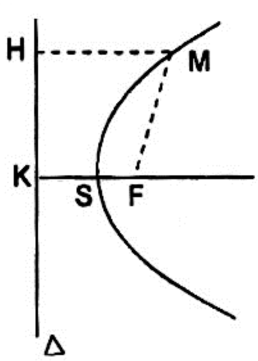
٤- اگر صفحه P با یکی از مولدهای سطح مخروطی موازی باشد فقط یک دامنه سطح مخروطی را قطع می کند و مقطع به وجود آمده ، سهمی *(Parabole)* نامیده می شود.دایره، بیضی، هذلولی و سهمی را که فصل مشترک یک صفحه با یک سطح مخروطی دوار می باشند، مقاطع مخروطی می نامند که در حالت های خاص به نقطه، دو خط متقاطع یا یک خط راست تبـدیل می گردند.



گفتنی است حل معادلات درجه سوم از راه برهان هندسی آن طوری که حکیم خیـامی کشف کرده، بسیار آسان تر از حل معادلات مزبور از راه جبر و مقابله است کـه امـروز به آن عمل می کنند، جز اینکه راه هندسی برای رسیدن به جواب صحیح دقت زیاد در ترسیم شکل ها لازم دارد، زیرا که جوابهای معادله از اندازه گیری های دقیق در تقـاطع مخروطی به دست می آید. در بین مقاطع مخروطی، سهمی و هذلولی نقش بیشتری در حل معادلات درجه سوم دارند.

۲-۳-۳-۱- سهمی

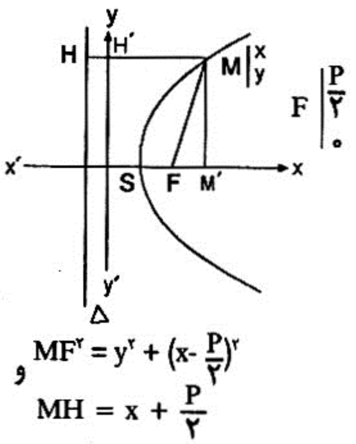
سهمی مکان هندسی نقاطی است که از یک نقطه ثابت و از یک خط ثابتف به یک فاصله باشند. نقطه ثابت را کانون،



جهت خرید فایل word به سایت www.kandoocn.com مراجعه کنید
یا با شماره های ۰۹۳۶۶۰۲۷۴۱۷ و ۰۹۳۶۶۴۰۶۸۵۷ و ۰۵۱۱-۶۶۴۱۲۶۰ تماس حاصل نمایید

خط ثابت را هادی، فاصله کانون را ممیز یا پارامتر می گویند و آن را به P نمایش می دهند. دو برابر فاصله کانونی از هادی یا ۲P را که در فرمول سهمی داخل است، حکیم خیامی ضلع قائم نامیده، پس: ضلع قائم=۲P

اگر M نقطه ای از سهمی باشد $MF=MH$ است، MF شعاع حامل نقطه M نامیده می شود و جکیم خیامی آن را خط ترتیب نام گذاشته است. S وسط عمود Fk، که از کانون بر هادی، رسم شده است. یک نقطه از سهمی و رأس سهمی است. سهمی صفحه را به دو جزأ تقسیم می کند. جزیی که شامل F کانون منحنی است، آن را ناحیه داخل سهمی گویند و جزیی که شامل خط Δ، هادی منحنی است و آن را از ناحیه خارج سهمی نامند، حکیم خیامی، قسمتی از محور کانونی را که در گودی منحنی قرار گرفته است، سهم نامیده است.



معادله سهمی: هرگاه محور سهمی را محور xها و عمودی را که از رأس سهمی بر آن رسم شود، محور yها اختیار کنیم، طول نقطه F مساوی $\frac{P}{2}$ عرض آن صفر خواهد شد.

اگر مختصات نقطه غیرمشخص M از سهمی را Y,X فرض کنیم چنین خواهیم داشت:

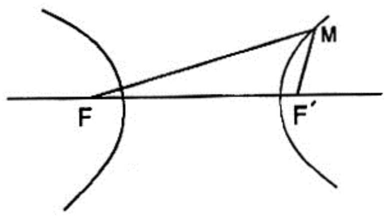
$MF^2=MH^2$ اما

$y^2+x^2+\frac{p^2}{4}-px=x^2+\frac{p^2}{4}+px \Rightarrow y^2=2px$ یا

جهت خرید فایل word به سایت www.kandoocn.com مراجعه کنید
یا با شماره های ۰۹۳۶۶۰۲۷۴۱۷ و ۰۹۳۶۶۴۰۶۸۵۷ و ۶۶۴۱۲۶۰-۰۵۱۱ تماس حاصل نمایید

چنانکه بعداً خواهیم دید، حکیم خیامی فرمول $y^2=2px$ را برای حل معادله درجه سوم به کار برده است.

۲-۳-۳-۲- هذلولی



هذلولی، مکان هندسی نقاطی است واقع در یک صفحه که تفاضل فواصلشان از دو نقطه ثابت مانند F',F مقدار ثابت $2a$ باشد. حکیم خیامی مقدار ثابت ۲a را ضلع نامیده است.

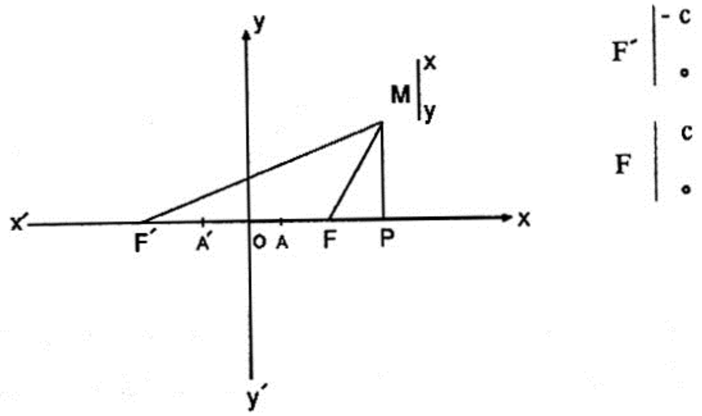
دو نقطه ثابت را دو کانون و ۲a را عدد ثابت هذلولی می گویند. فاصله بین دو کانون را فاصله کانونی هذلولی می نامند و به ۲C نمایش می دهند. از مثلث $MF'F$ که در آن هر ضلع، بزرگتر است از تفاضل دو ضلع دیگر، واضح می شود که $2a<2c$ یا $a<c$ است.

MF',MF را شعاع های حامل نقطه M می گویند. واضح است که این دو شعاع حامل می توانند هر مقداری را احراز کنند،پس بر روی هذلولی نقاطی می توان یافت که بسیار دور باشند.

جهت خرید فایل word به سایت www.kandoocn.com مراجعه کنید
یا با شماره های ۰۹۳۶۶۰۲۷۴۱۷ و ۰۹۳۶۶۴۰۶۸۵۷ و ۰۵۱۱-۶۶۴۱۲۶۰ تماس حاصل نمایید

محاسبه شعاع های حامل در هذلولی:

محور قاطع را محور طول ها و محور غیرقاطع را محور عرض ها و نقطه مرکز هذلولی را مرکز مختصات اختیار می کنیم و مختصات هر نقطه M از هذلولی را Y,X می نامیم.



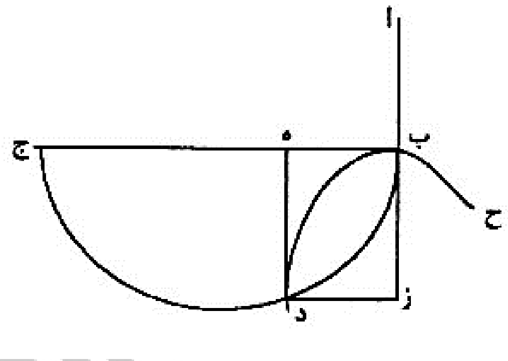
طول شعاع های حامل نقطه M چنین به دست می آید:

$$MF = a - \frac{cx}{a}, MF' = a + \frac{cx}{a}$$

۲-۳-٤-۱- حل معادلات درجهٔ سوم سه جمله ای به روش حکیم خیامی

۲-۳-٤-۱-۱- معادلهٔ $X^3 + b^2x = b^2c$ یا $x^3 + Bx = C$

فرض می کنیم (ا ب) $=b$ و (ب جـ)$=C$ باشد . قطوع لازم برای حل : نیم دایـره ای به قطر (ب جـ) ، سهمی به رأس (ب) و سهم (ب ز) و ضلع قائم (ا ب)



جهت خرید فایل word به سایت www.kandoocn.com مراجعه کنید
یا با شماره های ۰۹۳۶۶۰۲۷۴۱۷ و ۰۹۳۶۶۴۰۶۸۵۷ و ۶۶۴۱۲۶۰-۰۵۱۱ تماس حاصل نمایید

جواب ب ه = X

برهان : ۲(د ز)= (ب ز) × (ا ب)

$\frac{\text{د ز}}{\text{ب ز}} = \frac{\text{ا ب}}{\text{د ز}}$

$\frac{\text{ب ه}}{\text{ه د}} = \frac{\text{ا ب}}{\text{ب ه}}$ پس

در دایره $\frac{\text{ه د}}{\text{ه ج}} = \frac{\text{ب ه}}{\text{ه د}}$

بنابراین: $\frac{\text{ه د}}{\text{ه ج}} = \frac{\text{ب ه}}{\text{ه د}} = \frac{\text{ا ب}}{\text{ب ه}}$

بنابراین جسم۲(ا ب)× (ه جـ) با مکعب۳(ب ه)معادل است و اگرجسم۲(ا ب)×(ب ه) را هر دو بیافزائیم ، دیده می شود که جسم ۲(ا ب) ×(ب جـ) معادل مجموع مکعب ۳ (ب ه) و جسم ۲(ا ب) ×(ب ه) است یعنی :

$(\text{ب ه})^3 + (b^2 \times \text{ب ه}) = b^2 c$

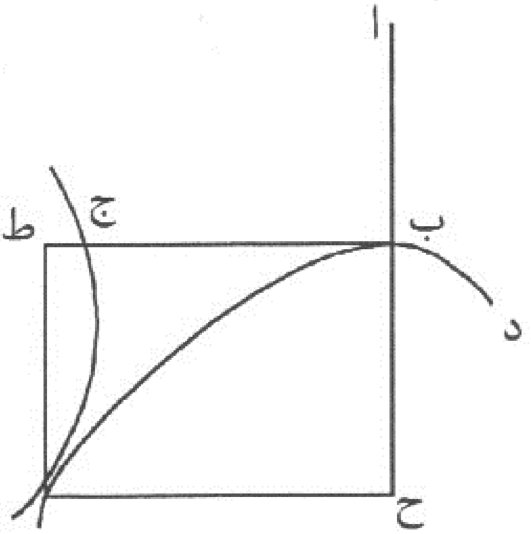
چنانکه می بینیم این نوع بیش از یک شکل ندارد و تمام مسائل آن ممکن است و از تقاطع دایره و سهمی حاصل می شود معادلهٔ حاضر فقط یک جواب مثبت دارد و دو ریشهٔ دیگرش موهومی هستند .

۲-۳-٤-۱-۲- معادلهٔ $x^3+b^2c=b^2x$ یا $x3+C=Bx$

فرض می کنیم (ا ب) = b و (ب جـ) = C باشد قطوع لازم برای حل : سهمی به رأس (ب) و ضلع قائم (ا ب) و سهم امتداد (ا ب) ؛ هذلولی به رأس (جـ) و

جهت خرید فایل word به سایت www.kandoocn.com مراجعه کنید
یا با شماره های ۰۹۳۶۶۰۲۷۴۱۷ و ۰۹۳۶۶۴۰۶۸۵۷ و ۶۶۴۱۲۶۰-۰۵۱۱ تماس حاصل نمایید

سهم امتداد (ب جـ) و ضلع قائم مایل مساوی (ب جـ) این دو منحنی یا متلاقی انـد یا نه .



در حالت دوم مسأله ممتنع است ودر حالت اول در یک نقطه بر هم مماس و یا در دو نقطه مشترک اند . فرض می کنیم (ه) یکی از نقاط مشترک آن دو باشد .

جوب ب ط = X

برهان : در هذلولی نسبت مربع (ه ط به سطح (ب ط) و (ط جـ) مثل نسبت اضلاع قائم و مایل است . پس در اینجا : $(\text{ه ط})^2 = \text{ب ط} \times \text{ط جـ}$

$\frac{\text{ب ط}}{\text{ط ه}} = \frac{\text{ه ط}}{\text{ط ج}}$:بنابراین

$(\text{ه ح})^2 = (\text{ب ط})^2 = (\text{ب ح}) \times (\text{ب ا})$ در سهمی

$\frac{\text{ب ا}}{\text{ب ط}} = \frac{\text{ب ط}}{\text{ب ح}} = \frac{\text{ب ح}}{\text{ط ج}}$ پس

$\frac{(\text{ب ا})^2}{(\text{ب ط})^2} = \frac{\text{ب ط}}{\text{ط ج}}$ بنابراین

جهت خرید فایل word به سایت www.kandoocn.com مراجعه کنید
یا با شماره های ۰۹۳۶۶۰۲۷۴۱۷ و ۰۹۳۶۶۴۰۶۸۵۷ و ۰۵۱۱-۶۶۴۱۲۶۰ تماس حاصل نمایید

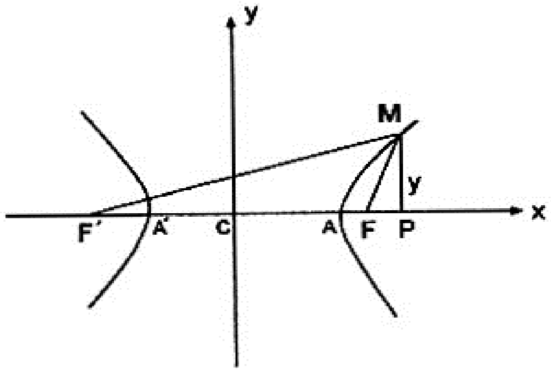
پس جسم ²(ا ب) ×(ط جـ) معادل مکعب ³(ب ط) است و چون جسم ²(ا ب) × (ب جـ) را به هر دو بیافزاییم حکم ثابت می شود پس ثابت شد که این نوع معادله ها ، انواع مختلفی دارند و بعضی از آن مسائل ممتنع هستند به تقاطع سهمی و هذلولی حل می شود . این معادلهٔ مفروض همیشه یک جواب منفی دارد و دو ریشهٔ دیگر آن یا موهومی یا مثبت و مساوی و یامثبت غیر مساویند . حکیم خیامی با برهان هندسی فقط یک ریشهٔ مثبت را پیدا کرده و به ممتنع نیز که همان موهومی باشد ، اشاره ای نموده است . توضیح دیگر آنکه اگر M نقطه ای از هذلولی باشد :

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$\text{یا } \frac{y^2}{x^2 - a^2} = \frac{b^2}{a^2}$$

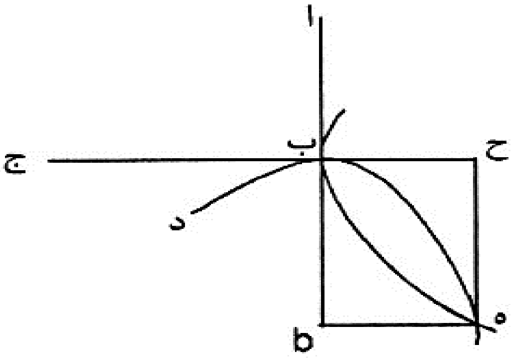
$$\text{یا } \frac{y^2}{(x+a)(x-a)} = \frac{2b^2}{a} \times \frac{1}{2a}$$

$$\text{و بالاخره } \frac{PM^2}{Ap \times A'P} = \frac{2P}{2a}$$



۲-۳-٤-۱-۳-معادلهٔ $x^3 = BX + C$ یا $x^3 = b^2x + b^2c$

فرض می کنیم (ا ب)= ط و (ب جـ) = c باشد . قطوع لازم برای حل سهمی به رأس (ب) و سهم امتداد (ا ب) و ضلع قائم (ا ب) : هذلولی به رأس (ب) و سهم امتداد (ب جـ) و اضلاع قائم و مایل مساوی (ب جـ) .



جهت خرید فایل word به سایت www.kandoocn.com مراجعه کنید
یا با شماره های ۰۹۳۶۶۰۲۷۴۱۷ و ۰۹۳۶۶۴۰۶۸۵۷ و ۰۵۱۱-۶۶۴۱۲۶۰ تماس حاصل نمایید

منحنی اول بر خط (ب ح) و منحنی دوم بر (ا ب) مماس است ، پس دو منحنی ناچار یکدیگر را در نقطه ای مثل (ه) قطع میکنند و (ب ح) =X می باشد .

برهان :

برهانی که حکیم خیامی در این حالت ایراد می کند ، مانند آن است که در حالت قبل ذکر شد ، بنابراین نیازی به ذکر و تکرار آن نیست . در پایان مسأله می نویسد :

« پس ثابت شد که این نوع مسأله بیش از یک شکل ندارد و تمام مسائل آن ممکن اند و به تقاطع سهمی و هذلولی حل می شوند .» معادلهٔ مفروض ، همیشه یک ریشهٔ مثبت دارد و دو ریشهٔ دیگرش منفی یا موهومی هستند .

۲-۳-٤-۱-٤- معادلهٔ $x^3 + ax^2 = c^3$ یی $X^3 + AX^2 = C$

خط (ا ب) را مساوی a(ضریب x^3)رسم نموده ، مکعبی به ضلع ح = c طرح می‌کنیم . به این طریق که خط (ا ب) را امتداد داده و خط (ب ط) را به اندازهٔ(ح) جدا نموده و مربع (ب ط د ج) را رسم می کنیم سپس بر نقطهٔ (د) هذلولی(ه د ن) را با دو مجانب (ب جـ) و (ب ط) طرح می نماییم و نیز سهمی (ا ک)را به رأس (ا) و سهم (ا ط) و ضلع قائم (ب جـ) رسم می کنیم .

این دو منحنی ناچار یکدیگر را در نقطه (ه) قطع می کنند . از این نقطه عمود (ه ز)را بر (ب ط) و عمود (ه ل) را بر (ب جـ) وارد می کنیم . امتداد و طول این عمودها معلوم می باشد و گوئیم (ب ز) = X

جهت خرید فایل word به سایت www.kandoocn.com مراجعه کنید
یا با شماره های ۰۹۳۶۶۰۲۷۴۱۷ و ۰۹۳۶۶۴۰۶۸۵۷ و ۶۶۴۱۲۶۰-۰۵۱۱ تماس حاصل نمایید

برهان : اولاً ممکن نیست نقطهٔ (ز) بر (ط) یا درخارج (ا ط) واقع شود ، زیرا: اگر

بر (ط) قرار گیرد :

(ا ط) . (ب جـ) = (ا ط) .(ط ب)= ^{2}(ه ز)

(ط ب) . (ا ط) = ^{2}(ط د) یا

(ط ب).(ط ب) = ^{2}(ط د) اما

و این محال است ، پس (ز) بر (ط) واقع نمی شود .

و اگر (ز) در خارج (ا ط) باشد . (ه ز) کـوچکتر از (ط د) خواهـد بـود . و بـه طریق اُولی محال لازم می آید . پس (ز) بین (ا) و (ط) واقع است و :

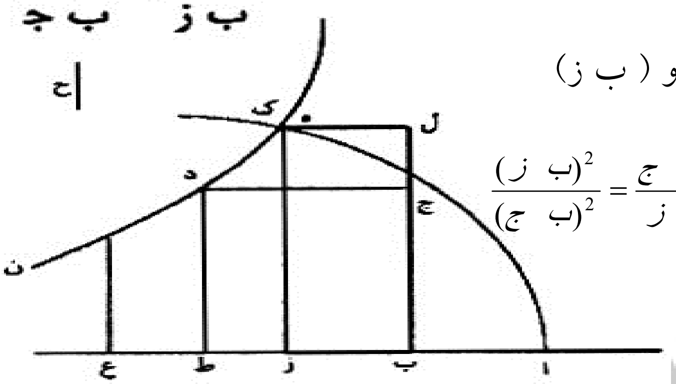
(ب ج) . (ا ز) =^{2}(ه ز)

$\frac{ا ز}{ه ز} = \frac{ه ز}{ب ج}$ پس

اما با وجود خاصیت هذلولی ، مستطیل (ه ب) با مربع (د ب) معادل است .

پس :

$\frac{ب ج}{ب ز} = \frac{ه ز}{ب ج}$



بنابراین خطوط (ا ز) و (ه ز) و (ب جـ) و (ب ز)

تناسب متصلی تشکیل می دهند ودرنتیجه $\frac{ب ج}{ا ز} = \frac{(ب ز)^2}{(ب ج)^2}$

پس جسم ^{2}(ب ز)×(ا ز) معادل مکعب

^{2}(ب جـ)است ، اما جسم مذکور معادل مجموع دو جسم^{2}(ب ز) و ^{2}(ب ز).(ا ب)است

پس مکعب ۳(ب جـ) معادل مجموع این دو جسم میباشد .

جهت خرید فایل word به سایت www.kandoocn.com مراجعه کنید
یا با شماره های ۰۹۳۶۶۰۲۷۴۱۷ و ۰۹۳۶۶۴۰۶۸۵۷ و ۰۵۱۱-۶۶۴۱۲۶۰ تماس حاصل نمایید

۲-۳-٤-۱-۵- معادلهٔ $X^3+c^3=ax^2$ یا $X^3+C=AX^2$

ضریب x^2 یعنی a را مساوی (ا جـ) فرض کرده و مکعبی به ضلع (ح) برابر عدد معلوم طرح می کنیم . سه حالت ممکن است اتفاق بیفتد . خط C=ح مساوی خط اول یعنی (ا جـ) = a یا کوچکتر و یا بزرگتر از آن است .

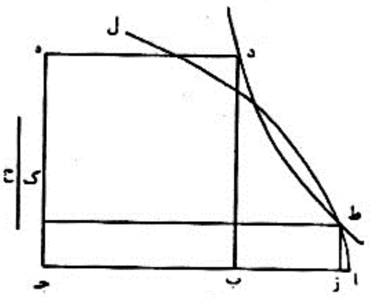
در حالت اول یعنی اگر $a=c$ باشد ، مسأله ممتنع است ، زیرا در این صورت یا $x=c$ یا $x<c$ یا $x>c$ است . اگر $x=c$ باشد $ax^2=c^3$ خواهد بود . و این ممکن نیست زیرا طبق معادلهٔ $x^3+C^3=ax^2$ باید x^3 بر C^3 افزوده شود تا حاصل مساوی ax^2 گردد و اگر $X<c$ باشد $ax^2<c$ و به طریق اولی $ax^2<x^3+c^3$ می شود و بالاخره اگر $x>c$ باشد $X^3>ax^2$ می شود وبه طریق اولی $x^3+C^3>ax^2$ خواهد بود در حالت دوم اگر $C>a$ باشد محالات گفته شده به طریق اولی لازم می آید ، پس واجب است که $C<a$ باشد والا مسأله ممتنع است در این حالت (ب جـ) را مساوی C جدا می کنیم.

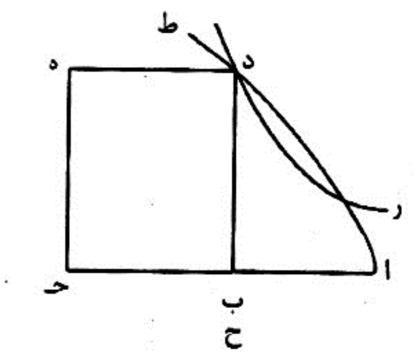
این خط مساوی (ا ب)یا بزرگتر و بالاخره کوچکتر از آن است . در هر حال مرتع(جد) را تمام میکنیم . قطوع لازمه برای حل :

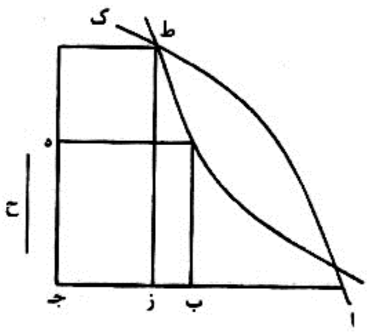
۱- هذلولی گذرنده بر (د) با مجانب های (ا جـ) و (جـ ه) :

سهمی به رأسی (ا) وسهم (ا جـ) و ضلع قائم (ب جـ) در شکل اول سهمی بر (د) می گذرد ، زیرا ۲(د ب) = (ا ب) .(ب جـ) .

جهت خرید فایل word به سایت www.kandoocn.com مراجعه کنید
یا با شماره های ۰۹۳۶۶۰۲۷۴۱۷ و ۰۹۳۶۶۴۰۶۸۵۷ و ۶۶۴۱۲۶۰-۰۵۱۱ تماس حاصل نمایید







ودو منحنی یکدیگر را در نقطهٔ دیگری قطع می کنند و برای فهم ایـن مطلـب ، انـدک تأملی کافی است . درشکل (۲) ، نقطهٔ(د) در خارج سهمی واقع است زیرا:

(د ب)^{2} < (ا ب) .(ب جـ)

پس اگر دو منحن بریکدیگر مماس شوند یا متلاقی گردند ، عمود وارد از نقطهٔ تقـاطع بر (ا جـ) بین نقاط (ا) و (ب) خط (ا جـ) را تلاقی می کند .

ومسأله ممکن است وگرنه ممتنع می باشد مهندس فاضل ابوالجود ، به ایـن تمـاس بـه تقاطع توجه نکرده و به غلط در حالتی که(ب جـ) بزرگتر از (ا ب) باشـد ، مسـأله را ممتنع شمرده است . در شکل (۳)نقطه (د) داخل سهمی واقع می شـود و دو منحنـی یکدیگر را در دو نقطه قطع می کنند .

حکیم خیامی در شکل دوم ثابت میکند که اگر (ط) یکی از نقاط تقـاطع باشـد قطعـهٔ (ز جـ) جواب معادله است و برهان او مانند دلیل حالت قبل می باشد بعـد مـی گویـد

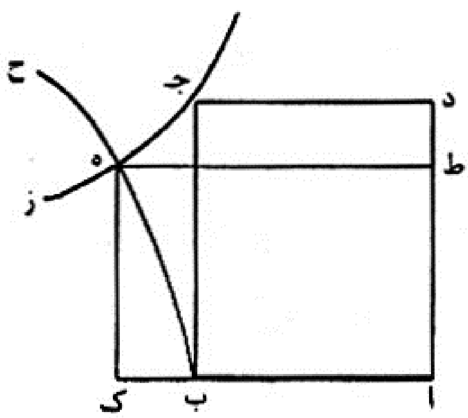
جهت خرید فایل word به سایت www.kandoocn.com مراجعه کنید
یا با شماره های ۰۹۳۶۶۰۲۷۴۱۷ و ۰۹۳۶۶۴۰۶۸۵۷ و ۰۵۱۱-۶۶۴۱۲۶۰ تماس حاصل نمایید

برهان در سایر حالات به همین قیاس است . الا اینکه در شکل سوم دو مکعب حاصل می شود یعنی مسأله دو جواب دارد زیرا هر عمودی از (ج ا) ضلع مکعبی جدا می کندن . چنانکه ثابت شد . پس معلوم شد که این نوع معادله اشکال مختلفی دارد و بعضی از مسائل آن محال است و به تقاطع سهمی و هذلولی حل می شود این معادلهٔمفروش همیشه یک ریشه حقیقی منفی دارد ودوریشه دیگر آن موهومی یا مثبت اند . حکیم خیامی ابتدا ثابت میکنند که اولین شرط امکان مسأله آن است که C<a باشد ، بعد سه حالت $C<\frac{a}{2}, C>\frac{a}{21}, C=\frac{a}{2}$ را تشخیص می دهد . و در حالت دوم می گوید C<x<z است و در هر حال عدهٔنقاط تقاطع دو قطع را صحیح بیان میکنند ولی فقط در حالت سوم به وجود دو جواب تصریح مینماید

۲-۳-٤-۱-٦- معادلهٔ $X^3 = ax^2 + ac^2$ یی $X^3 = AX^2 + C$

فرض می کنیم (ا ب) =a و (ب جـ) = c باشد

هذلولی گذرنده بر (جـ) با مجانب های (ا د) و (ا ب)و سهمی به رأس (ب) وسهم استقامت (ا ب)و ضلع قائم (ا ب)را رسم می کنیم . دو قطع ناچار یکدیگر را در نقطه ای مانند (ه) قطع می کنند و ا ک = x استدلال حکیم خیامی ، مطلبی بیشتر بر آنچه در معادلات قبل گفته شد ، ندارد.



جهت خرید فایل word به سایت www.kandoocn.com مراجعه کنید
یا با شماره های ۰۹۳۶۶۰۲۷۴۱۷ و ۰۹۳۶۶۴۰۶۸۵۷ و ۰۵۱۱-۶۶۴۱۲۶۰ تماس حاصل نمایید

و در پایان می گوید : این مسأله بیش از یک شکل ندارد وهمه مسأله های آن ممکن است و به تقاطع هذلولی و سهمی حل می شود » معادلهٔ مفروض همیشه یک ریشهٔ مثبت دارد و دو ریشهٔ دیگرش موهومی می باشند .

حکیم عمر خیامی نیشابوری و اصل توازی اقلیدسی

حکیم خیامی نیشابوری در قبول اصل پنجم اقلیدس ، به صورت یک اصل مسلم تردید روا داشته است .

روش علمی حکیم خیامی

حکیم خیامی بر اقلیدس اعتراض می کند ، از این جهت که در تنظیم مبادی اصول هندسهٔ خود قصور کرده و مطالبی ابراز داشته که چندان مورد لزوم نیست و اگر آن را حذف کنند ؛ خللی به ارکان قضایا و مسائل هندسی وارد نمی شود و در مقابل یک قسمت از قضایا که ذکر آنها در مبادی ، ضرورت داشته ؛ از قلم افتاده است ، که باید آنها را اضافه نمود . از قبیل قضایا و مسائل زیر

۱- دو خط مستقیم متقاطع هر قدر از زاویهٔتقاطع دورتر می شوند فاصلهٔ ما بین آنها بیشتر می شود .

۲- فیلسوفی که می تواند با برهان های فلسفی وجود خط ، دایره و سایر مبادی هندسه را اثبات کند ومی تواند آن قضایا را نیز ثابت نماید . به طریق « برهان

جهت خرید فایل word به سایت www.kandoocn.com مراجعه کنید
یا با شماره های ۰۹۳۶۶۰۲۷۴۱۷ و ۰۹۳۶۶۴۰۶۸۵۷ و ۰۵۱۱-۶۶۴۱۲۶۰ تماس حاصل نمایید

الی» یعنی پی بردن ا زمعلول به علت و نه از طریق «برهان لمی » که پی بـردن از علت است به معلول این امر شدنی است

۳- دو خط مستقیم که فاصلهٔما بین آنها رو به تنگی و نزدیکی می رود ، اگر انها را امتداد بدهیم . ناچار تقاطع خواهند کرد و ممکن نیست که دو خط در همان حال و همان جهت که رو به تنگی می روند ، گشادی و فاصلهٔما بین آنها بیشـتر شـده باشد ، چنانکه برعکس آن نیز ممکن نیست که دو خط در همان سـمت و همـان حال که از هم دور می شوند ، به یکدیگر نزدیک شده باشند ، خیامی می گویـد :« که این قضایا را میتوان در خود هندسه نیز به طریق برهان انـی اثبـات کـرد »از نظر حکیم خیامی اشتباه دانشمندان سابق در این بود که « مبادی مأخوذ از فلاسفه را د رنظر نمی گرفتند »ومنظور او از این مبادی ، مبادی فلسفه ارسطو است یکـی از مبادی که خیامی آن را به عنوان اصلی بدیهی برای نظریهٔ خطوط موازی قبـول می کند این است که :«دو خطی که به هم نزدیک می شوند یکدیگر را قطع مـی کنند و برای دو خطی که از هم دور می شوند ، درطرفی که فاصلهٔ آنها زیـاد مـی شود ، نقطهٔتلاقی وجود ندارد .»

محتوای هریک از این دو مطلبی که در اصل « ارسطو – خیـام » وجـود دارد معـادل با اصل موضوع پنجم اقلیدس است .خیامی با کمک این اصل جدید همهٔقضـایایی را که مستقیماً از اصل موضوع پنجم اقلیدس ، به دست می آیند ، ثابت می کند .

جهت خرید فایل word به سایت www.kandoocn.com مراجعه کنید
یا با شماره های ۰۹۳۶۶۰۲۷۴۱۷ و ۰۹۳۶۶۴۰۶۸۵۷ و ۶۶۴۱۲۶۰-۰۵۱۱ تماس حاصل نمایید

در اینجا خطوط اساسی کارهای خیامی به ابن هیثم نزدیک است . خیامی بالاخره چهار ضلعی را که دارای سه زاویه قائمه باشد ، مورد مطالعه قرار می دهد . این چهار ضلعی ، همان چهار ضلعی‌ای است که در قرن هجدهم دوباره در نظریه خطوط موازی لامبرت مورد مطالعه قرار می گیرد . و ثابت میکند که زاویهٔ چهار این چهارضلعی هم قائمه است . برای این منظور ثابت می شود که اضلاع چهار ضلعی دو به دو برابرند (هر ضلع که متصل به زاویهٔچهارم است با ضلع رو به روی آن) این مطلب از راه برهان خلف ثابت می شود یعنی ازاین اره که فرش «زاویهٔ اول کوچکتر یا بزرتر است از زاویهٔ دوم »به تناقض کشانده می شود . چهار ضلعی سه قائمه در مرکز توجه خیامی قرار ندارد . بلکه او بیشتر به « چهار ضلعی دو قائمه متساوی الساقین » اهمیت میدهد

فکر مربوط به این چهار ضلعی ممکن است از ابن هیثم به خیام رسیده باشد ابن هیثم قضیه ای دارد که بر طبق آن :

هر چهارضلعی دو قائمه متساوی ا لساقین به وسیلهٔ محور تقارن خود دو چهار ضلعی سه قائمه تقسیم می شود .

حکیم خیامی ابتدا فرض می کند که دو زاویهٔ دیگر چهار ضلعی دو قائمه (که با هم برابرند) حاده باشند .و سپس حالت منفرجه بودن آنها را مطرح می کند و در هر

جهت خرید فایل word به سایت www.kandoocn.com مراجعه کنید
یا با شماره های ۰۹۳۶۶۰۲۷۴۱۷ و ۰۹۳۶۶۴۰۶۸۵۷ و ۰۵۱۱-۶۶۴۱۲۶۰ تماس حاصل نمایید

دو حالت فرض را با کمک اصل خودش به تناقض می کشاند و حکیم خیامی پس از اثبات ، مانند ابن هیثم به سادگی اصل موضوع اقلیدس را ثابت می کند .

۳–۳– استفاده خواجه طوسی از روش حکیم خیامی

پس از استاد خیامی، خواجه نصیر الدین طوسی (۶۷۲–۵۹۷ قمری) دانشمند و ریاضیدان برجسته قرن هفتم، کارهای او را در این زمینه دنبال کرد. خواجه نیز همچون خیامی، چهار ضلعی متساوی الساقین دو قائمه را مورد بررسی قرار داد و با بررسی گفته ها و نظر دیگر ریاضیدانان پیشین در این زمینه به تگارش کتاب مهم الرساله الشافیه عن الشک فی الخطوط المتوازیه پرداخت. او در این کتاب پس از یک مقدمه نظریات ابن هیثم، خیامی و جوهری را ذکر می کند. او همچنین قضایای پیشنهادی خیامی را در کتاب تحریر اقلیدس خود آورده است کارهای طوسی که مبتنی بر کار خیامی است، در قرن هفدهم، در اروپا اهمیت مخصوصی پیدا کرد و نظر ساکری را به خود جلب نمود. ساکری نیز با استفاده از رساله طوسی، همان روش خیامی مبتنی بر چهار ضلعی متساوی الساقین دو قائمه را مورد بررسی قرار داد.

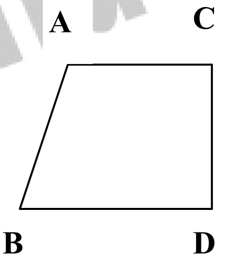
۳–۴– بهره ساکری، دانشمند ایتالیایی از روش حکیم خیامی

اولین تحقیق منطقی در این موضوع مورد بحث، در اروپا، به ساکری ***(G.Saccheri)*** هندسه دان ایتالیایی، منسوب است. ساکری، استاد فلسفه و پیرو روش تطبیق نتیجه با طبیعت بود.

جهت خرید فایل word به سایت www.kandoocn.com مراجعه کنید
یا با شماره های ۰۹۳۶۶۰۲۷۴۱۷ و ۰۹۳۶۶۴۰۶۸۵۷ و ۶۶۴۱۲۶۰-۰۵۱۱ تماس حاصل نمایید

منطق این گروه چنین بود که هرگاه موضوعی به نتیجه نادرست می کشید، موضوع را باید محال دانست و علت را در تناقض و یا اشتباه استدلال جستجو کرد. از این جهت، او برای اثبات اصل موضوع، نقیض آن را موضوع مطالعه قرار داد و به نتایجی رسید که برخلاف عرف و مشهودات هندسی بود. او گمان می کرد که ضرورت و صحت حکم را به این طریق مسلم نموده است و سعی کرد نشان دهد مه نفی اصل موضوع، ما را به تناقض می کشاند. در حقیقت ساکری به هیچ تناقض و یا امر محالی برخورد نکرده بود، بلکه آنچه بدان دست یافته بودف بدون اینکه خود متوجه شود، چیزی جز هندسه نااقلیدسی نبود.

روشی که ساکریف پیش گرفته بود، مبتنی بر شکل چهار ضلعی متساوی الساقین دو قائمه و استفاده از ۲۸ قضیه اول اقلیدس است که بر اصل پنجم متکی نیستند. ساکری، فرض کرد که اضلاع ***BD,AC*** موازیند و زاویه های ***B,A*** نیز قائمه اند.



$$AC \parallel BD, \hat{A} = \hat{B} = 90^\circ$$

سپس با استفاده از ۲۸ قضیه اول اقلیدس، به اسانی ثابت کرد که زاویه های ***D,C*** با هم برابر می باشند. کوشش ساکری در این بود که مساوی بودن و قائمه بودن آنها را به اثبات برساند. چه در غیر این صورت و با فرض «ضد اقلیدسی» یعنی با فرض اینکه هر کدام از زوایای ***D,C*** بزرگتر یا کوچکتر از قائمه باشند، به تناقض برخورد خواهیم

جهت خرید فایل word به سایت www.kandoocn.com مراجعه کنید
یا با شماره های ۰۹۳۶۶۰۲۷۴۱۷ و ۰۹۳۶۶۴۰۶۸۵۷ و ۰۵۱۱-۶۶۴۱۲۶۰ تماس حاصل نمایید

کرد. ساکری در روش خود، عملاً تعدادی از قضیه های مهم هندسه نااقلیدسی را به اثبات رساند، ولی او نداشته این نتیجه ها را به حساب تناقض یا محال گذاشته بود. باید متوجه بود که هیچکدام از دو فرض زاویه حاده و زاویه منفرجه نمی توانند وسیله اثبات توازی شوند. زیرا اصل توازی خطوط اقلیدس با اصل زاوی قائمه متعادل است. به تعبیر دیگر طبق روش استنتاج متعاکس، فرض زاویه قائمه در عین حال شرط لازم و کافی است.

گفتنی است که ساکری از طریق خواجه نصیرالدین طوسی با کارهای حکیم خیامی آشنایی یافته است.کتاب ارزشمند تحریر اقلیدس اثر خواجه طوسی که شامل شرح و تفسیر اصول اقلیدسی است، در سال های ١٥٩٤، ١٦٥٧و١٨٠١ میلادی در اروپا به چاپ رسید. طرز اثبات اصل موضوع اقلیدس در این کتاب، نظر جان والیس ***(john Wallis)*** ریاضیدان انگلیسی را نیز به خود جلب کرد و او همین قسمت از کتاب را در سال ١٦٩٣ میلادی به زبان لاتینی ترجمه کرده و استدلال خواجه نصیر را بسیار مبتکرانه خواند. همین مسأله موجب شد تا ساکری به طرز استدلال طوسی علاقه نشان دهد. بنابراین، به وسیله والیس بود که ساکری با کارهای طوسی آشنا شد، که البته کارهای طوسی مبتنی بر کارهای خیامی است، پس والیس را باید حلقه اتصال حکیم خیامی و ساکری نامید. پس از ساکری، دانشمندان دیگری نیز کارهای او را دتبال

جهت خرید فایل word به سایت www.kandoocn.com مراجعه کنید
یا با شماره های ۰۹۳۶۶۰۲۷۴۱۷ و ۰۹۳۶۶۴۰۶۸۵۷ و ۶۶۴۱۲۶۰-۰۵۱۱ تماس حاصل نمایید

کردند و سرانجام لباچفسکی، گاوس و ریمان با مطالعات عمیق و پیگیری، هندسه های غیر اقلیدسی را بنا نهادند.

مقایسه کارهای حکیم خیامی و ساکری، نشان دهنده میزان استفاده اقتباس ساکری از حکیم خیامی است.

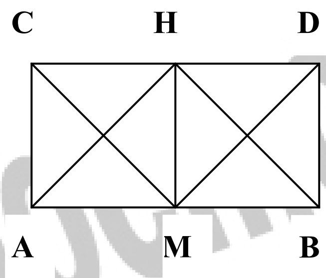
گزاره یکم

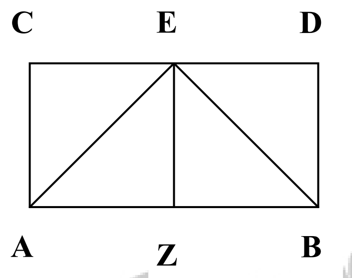
روش ساکری	روش حکیم خیامی
فرض کنیم ***AC=BD*** و زاویه های ***B,A*** مساوی باشند. خواهیم داشت: $A\hat{C}D = B\hat{D}C$ ساکری سپس ***BC,AD*** را رسم می‌کند و ثابت می کند که: $\Delta CAB = \Delta DBA$ از این رو: $A\hat{C}D = B\hat{D}C$	فرض می کنیم ***BD,AC*** بر ***AB*** عمود باشند و ***AC=BD*** ، ***AD,BC*** را رسم می کنیم. خواهیم داشت: $A\hat{C}D = B\hat{D}C$ خیامی نخست ثابت می کند که: $\Delta CAB = \Delta DBA$ برای اثبات $A\hat{C}D = B\hat{D}C$، در وهله اول اثبات می کند که: $A\hat{C}D = B\hat{D}C$ و $B\hat{D}C = A\hat{D}C$

ملاحظه می کنید که این هر دو اثبات با اختلافی جزیی همانند هم می باشند.

جهت خرید فایل word به سایت www.kandoocn.com مراجعه کنید
یا با شماره های ۰۹۳۶۶۰۲۷۴۱۷ و ۰۹۳۶۶۴۰۶۸۵۷ و ۰۵۱۱-۶۶۴۱۲۶۰ تماس حاصل نمایید

گزاره دوم

<table>
<tr><th>روش ساکری</th><th>روش حکیم خیامی</th></tr>
<tr><td>

مستطیل $ABCD$ مفروض است. H وسط M,CD وسط AB است. گوئیم $H\hat{M}A = H\hat{M}B$ و اثبات آن از تساوی مثلث‌ها به آسانی به دست می آید..</td><td>

مستطیل $ABCD$ مفروض است، E وسط AB,AB $\perp EZ$ گوئیم $CZ=DZ$ و خط EZ عمود است بر CD، زیرا مثلث های EZD,EZC با هم برابرند.
پس: $E\hat{Z}C = E\hat{Z}D$
و $CZ=DZ$</td></tr>
</table>

ملاحظه می کنیم که این دو استدلال نیز اساساً یکی می باشند. با این تفاوت که خیامی با نیمساز زاویه E و عمود EZ شروع می کند. در حالی که ساکری با دو نیمساز M,H شروع می نماید.

گزاره سوم

حکیم خیامی چهار ضلعی $ABCD$ را در نظر می گیرد که دو زاویه مجاور به قاعده آن یعنی B,A قائمه می باشند و دو ضلع پعلوی قاعده یعنی BD,AC برابر باشند و برای زوایای بالا سه حالت در نظر می گیرد و باتوجه به اصل موضوعی که در نظر گرفته است، آنها را به تناقض می کشاند:

جهت خرید فایل word به سایت www.kandoocn.com مراجعه کنید
یا با شماره های ۰۹۳۶۶۰۲۷۴۱۷ و ۰۹۳۶۶۴۰۶۸۵۷ و ۰۵۱۱-۶۶۴۱۲۶۰ تماس حاصل نمایید

۱. اگر زوایای $\angle D, \angle C$ قائمه باشند پس:

$$\angle C = \angle D = 90° \Rightarrow CD = AB$$

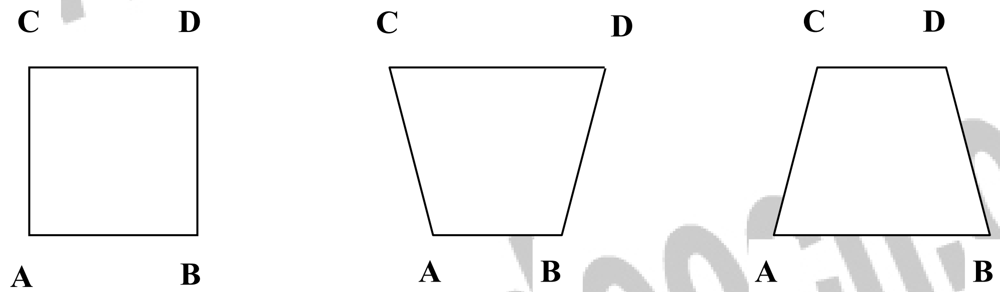
۲. اگر زوایای $\angle D, \angle C$ هر دو منفرجه باشند. پس:

$$\angle C, \angle D > 90° \Rightarrow CD < AB$$

۳. اگر زوایای $\angle D, \angle C$ هر دو حاده باشند. پس:

$$\angle C, \angle D < 90° \Rightarrow CD > AB$$

و این گزاره خیامی نیز عیناً در اثر ساکری نقل شده است.



حکیم خیامی با اثبات به طریق برهان خلف بدین صورت که دو زاویه بالای چهارضلعی نه حاده اند و نه منفرجه، در حقیقت اولین قضایای هندسه غیراقلیدسی را اثبات می کند، زیرا «فرض زاویه حاده» در هندسه غیراقلیدسی لباچفسکی و «فرض زاویه منفرجه» در هندسه غیراقلیدسی ریمانی وجود دارد. چهارضلعی که خیام مورد مطالعه قرار داده است، اکنون به چهارضلعی ساکری موسوم است و حق آن است که آن را چهارضلعی خیامی بنامیم.

www.kandoocn.com

جهت خرید فایل word به سایت www.kandoocn.com مراجعه کنید
یا با شماره های ۰۹۳۶۶۰۲۷۴۱۷ و ۰۹۳۶۶۴۰۶۸۵۷ و ۶۶۴۱۲۶۰-۰۵۱۱ تماس حاصل نمایید

در پایان این تحقیق امیدوارم که توانسته باشم گوشه ای از افتخارات و زحمات این دانشمند نامدار کشورمان را ترسیم کنم و همچنین از استاد خود کمال تشکر را دارم که ما را به فکر در مورد بزرگانی که در گذشته برای این کشور تلاش های بسیاری را کشیده اند، واداشت و امید دارم که ما جوانان بتوانیم در این دوران بیش از پیش گذشتگان خود را شناخته و به رمز موفقیت آنها پی برده و در مسیر آنان گام برداریم.

پایان.

منابع:

جبر و مقابله خیام، تألیف: غلامحسین مصاحب- تهران ۱۳۱۷.

حکیم عمر خیام، تألیف: غلامحسین مصاحب- تهران ۱۳۳۹.

خیامی نامه، جلد اول، تألیف: جلال الدین هماتی- تهران ١٣٤٦.

دانشنامه خیامی، تألیف: رحیم رضازاده ملک- تهران ۱۳۷۷.