244

F

نام:

نام خانوادگی:

محل امضا:

صبح جمعه

۹۳/۱۲/۱۵

دفترچه شماره ۱ از ۲

اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.

امام خمینی (ره)

جمهوری اسلامی ایران

وزارت علوم، تحقیقات و فنّاوری

سازمان سنجش آموزش کشور

آزمـــون ورودی
دوره‌های دکتـــری (نیمه متمرکز) داخل ــ ســـال ۱۳۹۴

مهندسی برق ــ مخابرات (میدان) (کد ۲۳۰۲)

تعداد سؤال: ۴۵ **مدت پاسخگویی: ۱۵۰ دقیقه**

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	مجموعه دروس تخصصی (الکترومغناطیس ــ ریاضیات مهندسی پیشرفته، الکترومغناطیس پیشرفته)	۴۵	۱	۴۵

این آزمون نمرهٔ منفی دارد.

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

اسفند ماه ــ سال ۱۳۹۳

۱- کره‌ای رسانا به شعاع a در فضای خالی دارای ظرفیتی برابر با C_1 می‌باشد. بر روی این کره لایهٔ عایقی به ضخامت d با گذردهی نسبی ε_r پوشانده می‌شود؛ به‌طوری‌که ظرفیت جدید $2C_1$ شود. مقدار ε_r، کدام است؟

۱) $\frac{2d}{d-a}$

۲) $\frac{2d}{a-d}$

۳) $\frac{2a}{d-a}$

۴) $\frac{2a}{a-d}$

۲- یک بار نقطه‌ای به فاصلهٔ d از مرکز یک کرهٔ رسانای ایده‌آل زمین شده به شعاع a قرار دارد. اگر $a << d$ باشد، با دو برابر شدن فاصلهٔ بار از مرکز کره، نیروی جاذبه بین بار و کره چند برابر می‌شود؟

۱) $\frac{1}{16}$

۲) $\frac{1}{8}$

۳) $\frac{1}{4}$

۴) $\frac{1}{2}$

۳- میدان الکتریکی اولیهٔ $\vec{E}_1(x,y,z)$ در فضا وجود دارد. کره‌ای رسانا به شعاع a درون این میدان قرار می‌دهیم به نحوی که مرکز کره بر روی مبدأ مختصات قرار گیرد. روی سطح کره میدان $\vec{E}_s = A\cos\varphi\hat{a}_R$ ایجاد می‌گردد. میدان الکتریکی اولیهٔ $\vec{E}_1(x,y,z)$ در مبدأ مختصات، کدام است؟ (φ زاویه با محور x و $\hat{a}_R$ جهت شعاع در مختصات کروی هستند.)

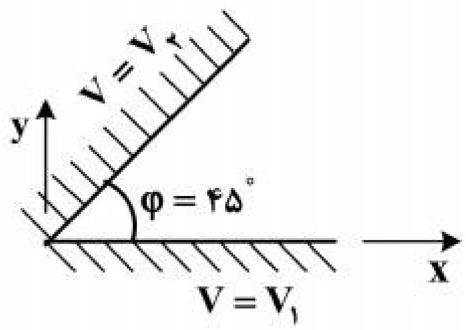
۱) $-\frac{A}{4}\pi\hat{a}_y$

۲) $-\frac{A}{8}\pi\hat{a}_x$

۳) $\frac{A}{8}\pi\hat{a}_x$

۴) $\frac{A}{4}\pi\hat{a}_y$

۴- دو صفحهٔ رسانای نیمه بی‌نهایت مطابق شکل زیر قرار دارند. یکی از صفحات بر محور x منطبق و به پتانسیل V_1 وصل شده است و صفحهٔ دیگر با محور x زاویهٔ 45° می‌سازد و به پتانسیل V_2 وصل است. اندازهٔ میدان الکتریکی در نقطهٔ (۳,۱,۳) چند برابر اندازهٔ میدان در نقطهٔ (۴,۲,۰) است؟ (نقاط در مختصات دکارتی بیان شده‌اند.)



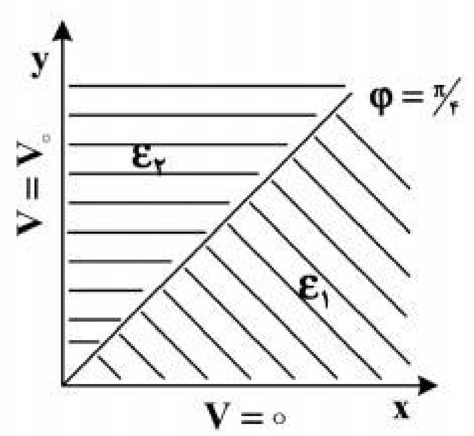
۱) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

۲) $\sqrt{\frac{19}{20}}$

۳) $\sqrt{2}$

۴) $\sqrt{\frac{20}{19}}$

۵- ناحیهٔ $0 < \varphi < \frac{\pi}{4}$ از عایقی با گذردهی الکتریکی ثابت ε_1 و ناحیهٔ $\frac{\pi}{4} < \varphi < \frac{\pi}{2}$ از عایقی با گذردهی الکتریکی ثابت $\varepsilon_2 = 3\varepsilon_1$ پر شده است و داریم $V(\varphi = 0) = 0$ و $V(\varphi = \frac{\pi}{2}) = V_0$. پتانسیل الکتریکی V بین دو صفحه، کدام است؟



۱) $V = V_0 \sin\varphi \quad , \quad 0 < \varphi < \frac{\pi}{2}$

۲) $V = \frac{2\varphi}{\pi} V_0 \quad , \quad 0 < \varphi < \frac{\pi}{2}$

۳) $V = \begin{cases} \frac{3\varphi}{\pi} V_0 & , \quad 0 < \varphi < \frac{\pi}{4} \\ (\frac{\varphi}{\pi} + \frac{1}{2}) V_0 & , \quad \frac{\pi}{4} < \varphi < \frac{\pi}{2} \end{cases}$

۴) $V = \begin{cases} V_0 (\sin\varphi + \frac{\varphi}{\pi}) & , \quad 0 < \varphi < \frac{\pi}{4} \\ V_0 (\frac{\varphi}{\pi} + \cos\varphi) & , \quad \frac{\pi}{4} < \varphi < \frac{\pi}{2} \end{cases}$

۶- بار Q_0 به طور یکنواخت در لحظهٔ $t = 0$ در حجم کرهٔ رسانایی به شعاع a و رسانایی ویژهٔ σ_0 توزیع شده است. بار سطحی موجود در سطح کره پس از گذشت زمان $t = \frac{\varepsilon_0}{\sigma_0}$، کدام است؟

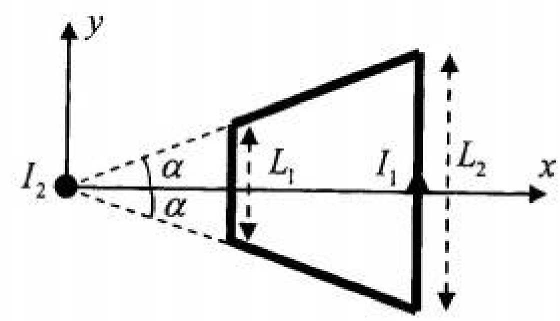
۱) $Q_0 \frac{e-1}{e}$

۲) $Q_0 \frac{e}{e+1}$

۳) $Q_0 \frac{e-1}{e+1}$

۴) $Q_0 \frac{1}{e}$

۷- حلقهٔ جریانی به شکل ذوزنقه مطابق شکل زیر، به‌صورت متقارن حول محور x با جریان $I_۱$ در صفحهٔ xy قرار دارد. اگر یک سیم جریان با طول بی‌نهایت منطبق بر محور z با جریان $I_۲$ قرار داشته باشد، گشتاور وارد بر حلقهٔ ذوزنقه‌ای شکل، کدام است؟



۱) $-\frac{\mu_\circ I_۱ I_۲ \alpha}{۲\pi}(L_۲ - L_۱)\cot\alpha\,\hat{a}_y$

۲) $-\frac{\mu_\circ I_۱ I_۲ \alpha}{\pi}(L_۲ - L_۱)\cot\alpha\,\hat{a}_y$

۳) $-\frac{\mu_\circ I_۱ I_۲ \alpha}{\pi}(L_۲ - L_۱)\cot\alpha\,\hat{a}_x$

۴) $-\frac{\mu_\circ I_۱ I_۲ \alpha}{۲\pi}(L_۲ - L_۱)\cot\alpha\,\hat{a}_x$

۸- یک سیم بسیار بلند حامل جریان $I_۱$ روی محور z و یک حلقهٔ دایروی به شعاع a با جریان $I_۲$ روی صفحهٔ xy و به مرکز $(\circ, d, \circ)$ قرار دارند. مؤلفهٔ نیروی وارد بر سیم بلند در راستای محور x ناشی از حلقه برای وقتی‌که $d >> a$، کدام است؟

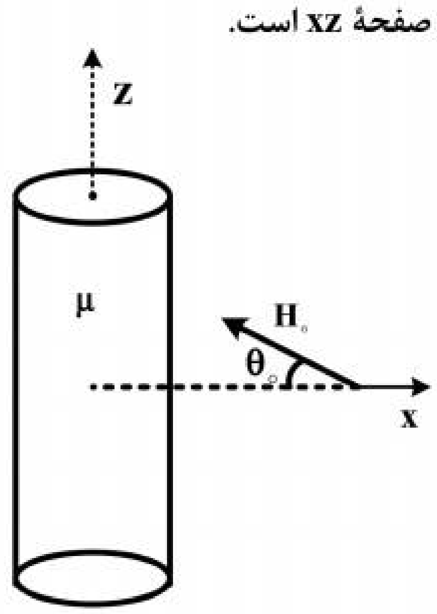
۱) صفر

۲) $\frac{\mu_\circ I_۱ I_۲}{۲}(\frac{a}{d})^۲$

۳) $\frac{\mu_\circ I_۱ I_۲}{۲}\frac{a^۲}{d}$

۴) $\frac{\mu_\circ I_۱ I_۲}{۴}(\frac{a}{d})^۲$

۹- میدان اولیهٔ یکنواخت $\vec{H}_\circ$ مطابق شکل زیر در کل فضا وجود دارد. مؤلفهٔ z میدان مغناطیسی ($\vec{B}$) در داخل استوانهٔ نامحدود با نفوذپذیری μ کدام است؟ میدان اولیهٔ $\vec{H}_\circ$ موازی با صفحهٔ xz است.



۱) $\mu H_\circ \sin\theta_\circ + (۱ + r\cos\phi)$

۲) $\mu H_\circ \sin\theta_\circ (۱ + r\sin\phi)$

۳) $\mu_\circ H_\circ \sin\theta_\circ$

۴) $\mu H_\circ \sin\theta_\circ$

۱۰- یک آهنربای استوانه‌ای به ارتفاع L و شعاع a، ($L >> 2a$) به صورت $\vec{M} = M_{\circ}\hat{a}_Z$ مغناطیسی شده است. به دور این آهنربا N دور سیم به طور فشرده پیچیده شده است. جریان عبوری از این سیم‌پیچ (در جهت مناسب) چقدر باشد تا میدان مغناطیسی در تمام نقاط فضا تقریباً صفر گردد؟

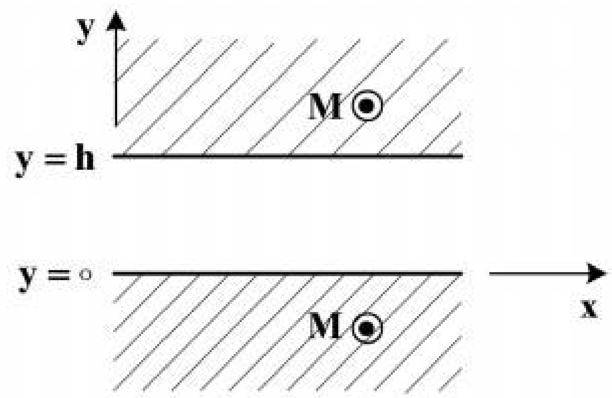
۱) $I = \frac{LM_{\circ}}{N^2}$

۲) $I = \frac{LM_{\circ}}{N}$

۳) $I = \frac{aM_{\circ}}{N^2}$

۴) $I = \frac{aM_{\circ}}{N}$

۱۱- ناحیهٔ $y < \circ$ و $y > h$ در فضا از یک مادهٔ مغناطیسی با مغناطیس‌شدگی $\vec{M} = M_{\circ}\hat{a}_Z$، پر شده است. شدت میدان مغناطیسی $\vec{H}$ در ناحیهٔ $y < \circ$، کدام است؟



۱) صفر

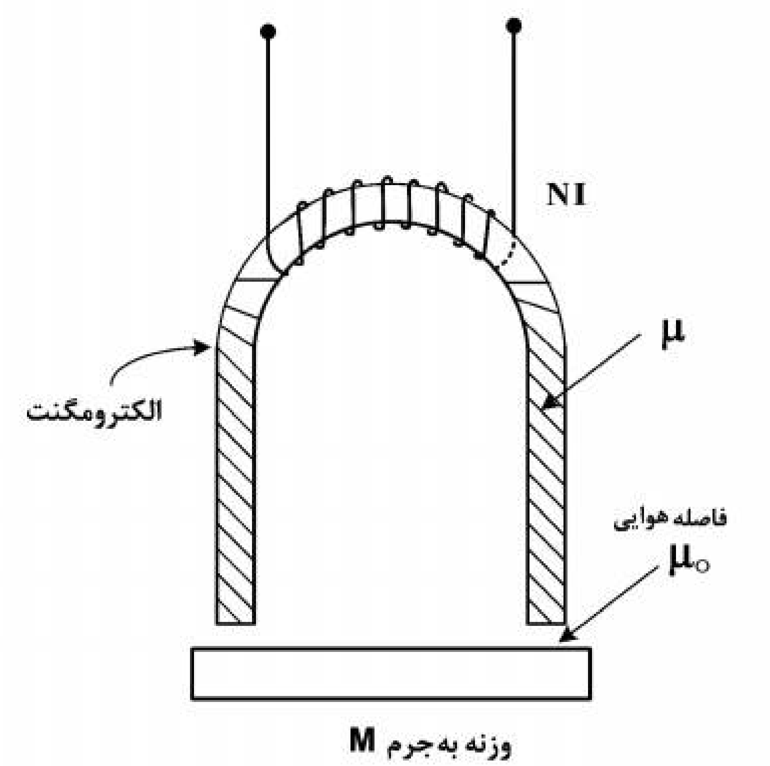
۲) $-M_{\circ}\hat{a}_Z$

۳) $M_{\circ}\hat{a}_Z$

۴) $-2M_{\circ}\hat{a}_Z$

۱۲- تعداد دور سیم لازم جهت بلندکردن وزنه‌ای با جرم M در شکل زیر، کدام است؟

(مجموع رلوکتانس‌های فاصلهٔ هوایی = R_a، رلوکتانس الکترومگنت = R_i، سطح مقطع فاصلهٔ هوایی = S)



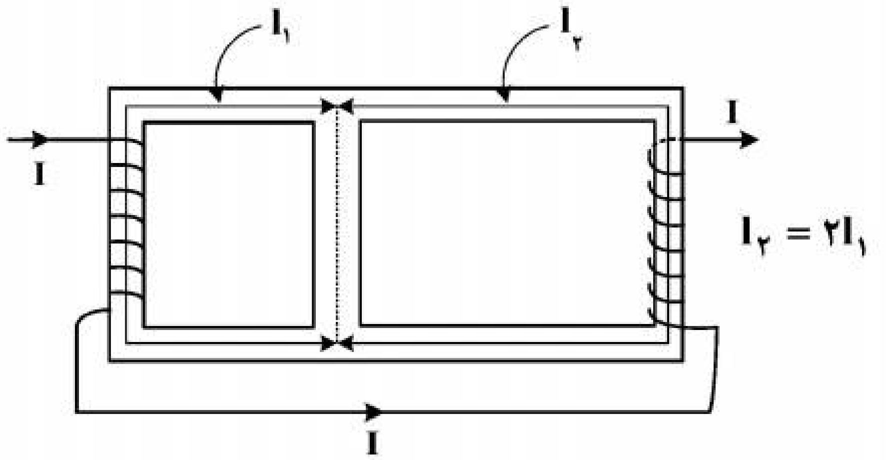
۱) $\frac{R_i + R_a}{I}\sqrt{\mu_{\circ}MgS}$

۲) $\frac{R_i + R_a}{I}\sqrt{2\mu_{\circ}MgS}$

۳) $\frac{R_a + R_i}{I}\sqrt{\frac{\mu_{\circ}Mg}{S}}$

۴) $\frac{R_a + R_i}{I}\sqrt{\frac{2\mu_{\circ}Mg}{S}}$

۱۳- در مدار مغناطیسی شکل زیر $\frac{N_1}{N_2}$ چقدر باشد تا از بازوی وسط شاری عبور نکند؟ (طول بازوی راست دو برابر طول بازوی چپ می‌باشد. و سطح مقطع بازوها یکسان است.)



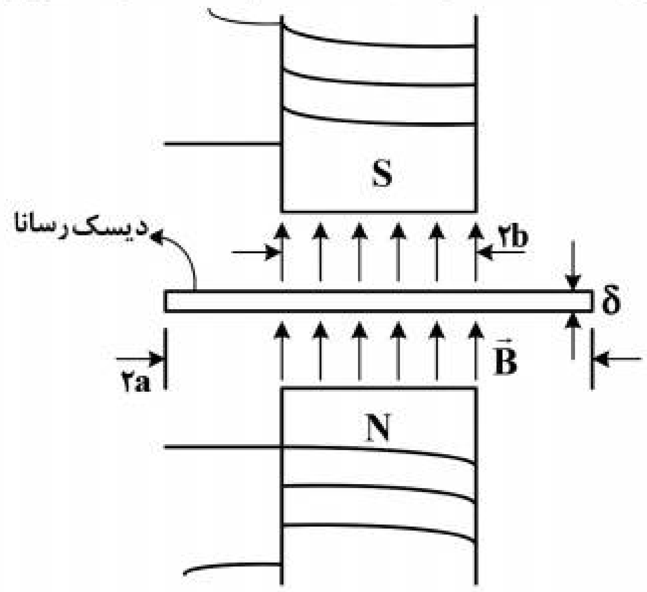
۱) $\frac{2}{3}$

۲) $\frac{1}{2}$

۳) 2

۴) $\frac{3}{2}$

۱۴- یک دیسک نازک رسانا به شعاع a و ضخامت δ عمود بر میدان مغناطیسی $\vec{B} = B_\circ(t)\hat{a}_z$ بین دو قطب یک آهنربای الکتریکی قرار گرفته است. میدان مغناطیسی در ناحیهٔ $r > b$ برابر صفر ($b < a$) و در فاصلهٔ $0 \le r < b$ برابر با $B_\circ \sin\omega t\,\hat{a}_z$ است. متوسط توان تلف شده در دیسک، کدام است؟ (رسانایی ویژهٔ دیسک برابر σ می‌باشد.)



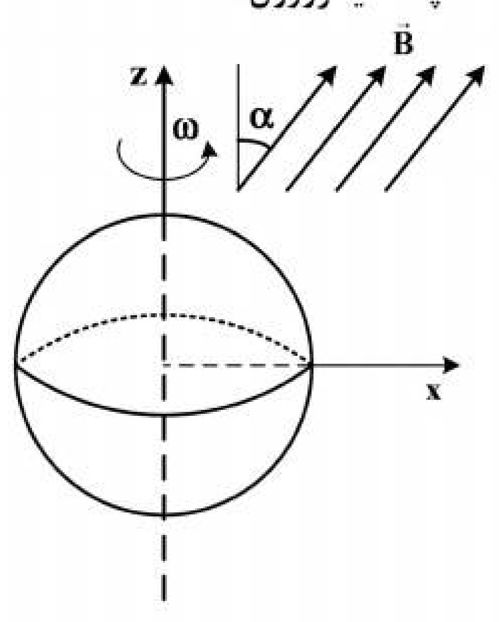
۱) $\frac{\pi}{8}\delta\sigma b^4\omega^2$

۲) $\frac{\pi}{16}\delta\sigma b^4\omega^2$

۳) $\frac{\pi}{16}\delta\sigma b^4\omega^2(1+2\ln\frac{a}{b})$

۴) $\frac{\pi}{16}\delta\sigma b^4\omega^2(1+4\ln\frac{a}{b})$

۱۵- یک کرهٔ رسانا به شعاع a و به مرکز مبدأ مختصات با سرعت زاویه‌ای ω (برحسب $\frac{rad}{s}$) حول محور z در جهت خلاف عقربهٔ ساعت می‌چرخد. میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B} = B_\circ(\cos\alpha\hat{a}_z + \sin\alpha\hat{a}_x)$ در فضا برقرار است. اگر یک ذرهٔ کوچک حامل بار $1\mu C$ را به آرامی از قطب شمال کره در امتداد نصف‌النهاری که در صفحهٔ xoz قرار دارد به قطب جنوب کره منتقل کنیم، کار انجام شده چند میکروژول است؟



۱) $\pi a^2\omega B\sin\alpha$

۲) $\frac{\pi a^2}{2}\omega B\cos\alpha$

۳) $\frac{\pi a^2}{2}\omega B\sin\alpha$

۴) $\pi a^2\omega B\cos\alpha$

۱۶- اپراتور خطی تعریف شده به وسیلهٔ $L(u)=\frac{\partial^{2}u}{\partial x\partial y}+\gamma^{2}u$ را در نظر می‌گیریم، که در آن γ^{2} ثابت مثبتی است. گزینهٔ درست در مورد آن کدام است؟

۱) $J_{0}(\alpha\sqrt{xy})$ یک جواب کلاسیک معادلهٔ $L(u)=0$ در ربع اول است اگر و تنها اگر $\alpha^{2}=2\gamma^{2}$

۲) $J_{0}(\alpha\sqrt{xy})$ یک جواب کلاسیک معادلهٔ $L(u)=0$ در ربع اول است اگر و تنها اگر $\alpha^{2}=\gamma^{2}$

۳) $J_{0}(\alpha\sqrt{xy})$ نمی‌تواند یک جواب معادلهٔ $L(u)=0$ باشد چون از جداسازی متغیرها به دست نمی‌آید.

۴) $J_{0}(\alpha\sqrt{xy})$ یک جواب کلاسیک معادلهٔ $L(u)=0$ در ربع اول است اگر و تنها اگر $\alpha^{2}=4\gamma^{2}$

۱۷- اگر انتگرال دوگانهٔ $\int_{0}^{\infty}\int_{0}^{\infty}e^{-xy}\sin(ax)dxdy$ ($a>0$ ثابت) را با دو روش حساب کنید، آنگاه می‌توانید تبدیل فوریهٔ تابع $f(x)=\frac{\sin ax}{x}$ ($a\neq 0$ ثابت) را تعیین کنید. در این صورت مقدار $\hat{f}(\omega)=\int_{-\infty}^{\infty}f(x)e^{-i\omega x}dx$ ، کدام است؟

۱) $\forall\omega\in R$ و π

۲) $\begin{cases}\pi & , |\omega|<a\\ \frac{\pi}{2} & , |\omega|=a\\ 0 & , |\omega|>a\end{cases}$

۳) $\begin{cases}\frac{\pi}{2} & , |\omega|<a\\ 0 & , |\omega|>a\end{cases}$

۴) $\begin{cases}\pi & , |\omega|<a\\ 0 & , |\omega|>a\end{cases}$

۱۸- حاصل $\int_{-\infty}^{\infty}(t+\mathrm{sinc}(t))\delta'(t)dt$ (که در آن $\delta(t)$ ضربهٔ واحد و $\mathrm{sinc}(t)=\frac{\sin(\pi t)}{\pi t}$، می‌باشد، کدام است؟

۱) -1

۲) 0

۳) 1

۴) 2

۱۹- توزیع $e^{at}\delta^{(n)}(t-b)$، برابر با کدام است؟ (a و b ثابت‌اند)

۱) $\sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k}(-a)^{(n-k)}e^{at}\delta^{(k)}(t-b)$

۲) $\sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k}(-a)^{(n-k)}\delta^{(k)}(t-b)$

۳) $e^{ab}\sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k}(a)^{(n-k)}\delta^{(k)}(t-b)$

۴) $e^{ab}\sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k}(-a)^{(n-k)}\delta^{(k)}(t-b)$

۲۰- برای یک اپراتور اشتورم ـ لیوویل منظم $L(u)=\frac{d}{dx}(p(x)\frac{du}{dx})+q(x)u$، با شرایط مرزی جدا از هم در نقاط انتهائی بازه، تابع گرین در کدام حالت موجود است؟

۱) اگر و تنها اگر صفر یک مقدار ویژهٔ اپراتور L نباشد.

۲) اگر و تنها اگر صفر یک مقدار ویژهٔ اپراتور L باشد.

۳) اگر و تنها اگر مقادیر ویژه ساده باشند.

۴) همیشه

۲۱- اگر اپراتور (عملگر) $L[u]=(a_p(x)D^P+\dots+a_1(x)D+a_0(x))u$، که در آن ضرایب a_k به تعداد کافی بار مشتق‌پذیراند، آنگاه ادجونیت L، یعنی L^* برابر کدام است؟

۱) $L^*V=\sum_{m=0}^{P}D^m(a_mV)$

۲) $L^*V=\sum_{m=0}^{P}(-1)^mD^m(a_mV)$

۳) $L^*V=\sum_{m=0}^{P}(-1)^m a_mD^mV$

۴) $L^*V=\sum_{m=0}^{P}a_mD^mV$

۲۲- برای تابع $u(x)$ و $x \in (-\pi,\pi)$، جواب مسئلهٔ مقدار مرزی زیر، کدام است؟

$$\begin{cases} u'' + u = \delta(x - \frac{\pi}{2}) + \delta(x + \frac{\pi}{2}) \\ u(\pi) = 0 \\ u'(\pi) = u(-\pi) \end{cases}$$

۱) $u = \begin{cases} 0 & -\pi < x < -\frac{\pi}{2} \\ -\cos x & -\pi < x < -\frac{\pi}{2} \\ 0 & \frac{\pi}{2} < x < \pi \end{cases}$

۲) $u = \begin{cases} 2(\sin x + \cos x) & -\pi < x < -\frac{\pi}{2} \\ +2\sin x - \cos x & -\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2} \\ 2\sin(\pi - x) & \frac{\pi}{2} < x < \pi \end{cases}$

۳) $u = \begin{cases} 0 & -\pi < x < -\frac{\pi}{2} \\ \cos x & -\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2} \\ 0 & \frac{\pi}{2} < x < \pi \end{cases}$

۴) $u = \begin{cases} -2(\sin x + \cos x) & -\pi < x < -\frac{\pi}{2} \\ -2\sin x + \cos x & -\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2} \\ -2\sin(\pi - x) & \frac{\pi}{2} < x < \pi \end{cases}$

۲۳- تابع گرین $g(x,\xi)$، برای مسئلهٔ مقدار مرزی زیر، کدام است؟

$$x^2 g'' - 2xg' + 2g = x^4 \delta(x-\xi) \quad ; \quad 1 < x < 2 \quad , \; 1 < \xi < 2 \quad , \; g(1) = g'(2) = 0$$

۱) $g(x,\xi) = \dfrac{-1}{15}\begin{cases} (\xi^2 - 4\xi)(x^2 - x) & 1 < x < \xi \\ (\xi^2 - \xi)(x^2 - 4x) & \xi < x < 2 \end{cases}$

۲) $g(x,\xi) = \dfrac{-1}{3}\begin{cases} (\xi^2 - 4\xi)(x^2 - x) & 1 < x < \xi \\ (\xi^2 - \xi)(x^2 - 4x) & \xi < x < 2 \end{cases}$

۳) $g(x,\xi) = \dfrac{1}{15}\begin{cases} (\xi^2 - 4\xi)(x^2 - x) & 1 < x < \xi \\ (\xi^2 - \xi)(x^2 - 4x) & \xi < x < 2 \end{cases}$

۴) $g(x,\xi) = \dfrac{1}{3}\begin{cases} (\xi^2 - 4\xi)(x^2 - x) & 1 < x < \xi \\ (\xi^2 - \xi)(x^2 - 4x) & \xi < x < 2 \end{cases}$

۲۴- مقادیر ویژهٔ λ معادلهٔ دیفرانسیل زیر:

$$y'' - 2\delta(x)y + \lambda y = 0 \quad , \quad y'(\pm\pi) = 0$$

در کدام معادله صدق می‌کنند؟

۱) $\tan(\sqrt{\lambda}\pi) = \sqrt{\lambda}$

۲) $\sqrt{\lambda}\tan(\sqrt{\lambda}\pi) = 1$

۳) $\sqrt{\lambda}\tan(\sqrt{\lambda}\pi) = \frac{1}{2}$

۴) $\tan(\sqrt{\lambda}\pi) = 2\sqrt{\lambda}$

۲۵- در معادلهٔ انتگرالی $g(x) = e^{x-4} + \int_0^x e^{x-y} g(y)\,dy$ ، مقدار $g(2)$ ، کدام است؟

۱) صفر

۲) 2

۳) e

۴) e^4

۲۶- در معادلهٔ انتگرالی $f(x)=\lambda\int_{0}^{2\pi}\sin(x+t)f(t)dt$، مقادیر مشخصهٔ (ویژه) λ، کدام است؟

۱) $\pm\frac{1}{2\pi}$

۲) $\pm\frac{2}{\pi}$

۳) $\pm\frac{1}{\pi}$

۴) $\pm\pi$

۲۷- یک تابعک (functional) با شرایط داده شده به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$I(y)=\int_{0}^{1}(1+x)y'^{2}dx \quad ; \quad y(0)=0\ ,\ y(1)=1$$

برای این تابعک اکسترمم (ماکزیمم یا می‌نیمم)، $y(x)$ کدام است؟

۱) $\frac{\ln(1+x)}{\ln 2}$

۲) $\frac{\ln x}{\ln 2}$

۳) $\frac{1}{3}-(1+x)^{2}$

۴) $\frac{1}{3}[1-(1+x)^{2}]$

۲۸- برای حل معادلهٔ غیر همگن مشتقات جزئی به صورت زیر:

$$\alpha^{2}\frac{\partial^{2}\varphi}{\partial x^{2}}-\frac{\partial\varphi}{\partial t}=f(x,t) \quad ; \quad t\geq 0$$ ، (f تابع معلوم و داده شده است.)

تابع گرین مربوط، $G(x,x',t,t')$ از حل کدام معادله به دست می‌آید؟

۱) $\alpha^{2}\frac{\partial^{2}G}{\partial x^{2}}-\frac{\partial G}{\partial t}=\delta(x-x')\delta(t+t')$

۲) $\alpha^{2}\frac{\partial^{2}G}{\partial x^{2}}-\frac{\partial G}{\partial t}=\delta(t-t')\delta(x-x')$

۳) $\alpha^{2}\frac{\partial^{2}G}{\partial x^{2}}+\frac{\partial G}{\partial t}=\delta(t-t')\delta(x-x')$

۴) $\alpha^{2}\frac{\partial^{2}G}{\partial x^{2}}+\frac{\partial G}{\partial t}=\delta(x-x')\delta(t+t')$

۲۹- یک جواب اساسی معادلهٔ $-\nabla^{2}u+q^{2}u=f(x)$، که در آن $q^{2}\geq 0$ ثابت، و $X=(x,y,z)\in\Omega$, $\Omega\subset R^{3}$ (یک حوزه)، با یک منبع متمرکز پایا در نقطهٔ $\xi=(\xi_{1},\xi_{2},\xi_{3})$، پاسخی از معادلهٔ $-\nabla^{2}u+q^{2}u=\delta(X-\xi)$ است: ، این جواب اساسی $G(X,\xi)$، کدام است؟

۱) $\dfrac{e^{-q\|x-\xi\|}}{4\pi\|x-\xi\|}$

۲) $\dfrac{e^{-q}}{4\pi\|x-\xi\|}$

۳) $\dfrac{e^{q\|x-\xi\|}}{4\pi\|x-\xi\|}$

۴) $\dfrac{1+q\|x-\xi\|}{4\pi\|x-\xi\|}$

۳۰- اکسترمم‌های تابعک (Functional) زیر مطابق با کدام گزینه است؟

$$I=\int_{0}^{\frac{\pi}{2}}(y'^{2}+z'^{2}+2yz)dx \quad ; \quad y(0)=1=z(0) \quad , \quad y(\frac{\pi}{2})=2e^{\frac{\pi}{2}} \quad , \quad z(\frac{\pi}{2})=0$$

۱) $y=e^{x}(2\sin x+\cos x)\ ,\ z=e^{x}-e^{\frac{\pi}{2}}\sin x$

۲) $y=2e^{\frac{\pi}{2}}\sin x+\cos x\ ,\ z=\cos x$

۳) $y=2e^{\frac{\pi}{2}}\sin x+\cos x\ ,\ z=e^{-\frac{\pi}{2}}\cos x$

۴) $y=e^{x}+e^{\frac{\pi}{2}}\sin x\ ,\ z=e^{x}-e^{\frac{\pi}{2}}\sin x$

۳۱- یک موجبر که دیواره‌های آن از جنس رسانای کامل الکتریکی است، به طور همگن با یک عایق کم تلف پر شده است. اگر ضریب گذردهی نسبی عایق $\varepsilon_{r}'-j\varepsilon_{r}''$ (با فرض $\varepsilon_{r}'>>\varepsilon_{r}''$) باشد، آنگاه ضریب تلف عایقی α_{d} این موجبر بر حسب $\lambda_{\circ}$ (طول موج در فضای آزاد) و λ_{g} (طول موج در موجبر) کدام است؟

۱) $\dfrac{2\pi\lambda_{g}}{\lambda_{\circ}^{2}}\varepsilon_{r}''$

۲) $\dfrac{\pi\lambda_{g}}{\lambda_{\circ}^{2}}\varepsilon_{r}''$

۳) $\dfrac{\pi\lambda_{g}}{2\lambda_{\circ}^{2}}\varepsilon_{r}''$

۴) $\dfrac{2\lambda_{g}}{\pi\lambda_{\circ}^{2}}\varepsilon_{r}''$

۳۲- فرض کنید در فضای آزاد، جریان الکتریکی با چگالی حجمی $\vec{J}$ تولیدکنندهٔ میدان الکتریکی $\vec{E}_J$ و جریان مغناطیسی با چگالی حجمی $\vec{M}$ تولیدکنندهٔ میدان الکتریکی $\vec{E}_M$ باشد. شرط لازم برای برابری این دو میدان الکتریکی ($\vec{E}_J = \vec{E}_M$) کدام است؟ (در روابط زیر ω فرکانس زاویه‌ای جریان‌ها است.)

۱) $j\omega\mu_\circ |\vec{J}| = \vec{\nabla}\cdot\vec{M}$

۲) $j\omega\varepsilon_\circ \vec{M} = \vec{\nabla}\times\vec{J}$

۳) $j\omega\mu_\circ \vec{J} = \vec{\nabla}\times\vec{M}$

۴) $j\omega\varepsilon_\circ |\vec{M}| = \vec{\nabla}\cdot\vec{J}$

۳۳- جسمی با پارامترهای (μ,ε) در معرض میدان الکترومغناطیسی تابشی $(\vec{E}^i,\vec{H}^i)$ قرارگرفته است. محیط اطراف جسم، فضای آزاد با پارامترهای $(\mu_\circ,\varepsilon_\circ)$ است. در مسئلهٔ معادل فرض کنید جریان الکتریکی سطحی $\vec{J}_s = \vec{H}^i \times \hat{n}$ و جریان مغناطیسی سطحی $\vec{M}_s = \hat{n}\times\vec{E}^i$ در مرز مشترک جسم و محیط اطراف جاری باشد. بردار $\hat{n}$ بردار عمود بر مرز مشترک جسم و محیط اطراف و به سمت خارج جسم است. گزینهٔ درست در این مورد کدام است؟

($(\vec{E},\vec{H})$ میدان الکترومغناطیسی کل و $(\vec{E}^s,\vec{H}^s)$ میدان الکترومغناطیسی پراکندگی است.)

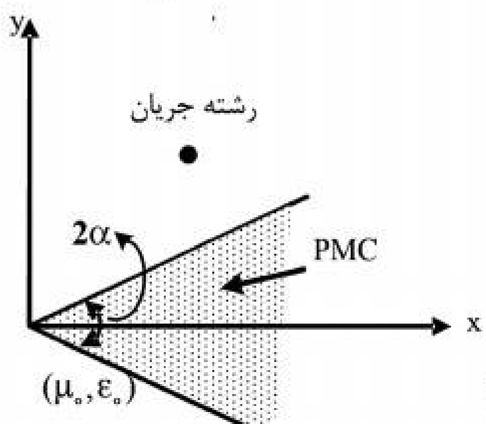
۱) $\vec{J}_s$ و $\vec{M}_s$ منشأ ایجاد $(\vec{E},\vec{H})$ در خارج و داخل جسم است.

۲) $\vec{J}_s$ و $\vec{M}_s$ منشأ ایجاد $(\vec{E},\vec{H})$ در خارج جسم و $(\vec{E}^s,\vec{H}^s)$ در داخل جسم است.

۳) $\vec{J}_s$ و $\vec{M}_s$ منشأ ایجاد $(\vec{E}^i,\vec{H}^i)$ در خارج جسم و $(\vec{E},\vec{H})$ در داخل جسم است.

۴) $\vec{J}_s$ و $\vec{M}_s$ منشأ ایجاد $(\vec{E}^s,\vec{H}^s)$ در خارج جسم و $(\vec{E},\vec{H})$ در داخل جسم است.

۳۴- یک رشته جریان مغناطیسی با طول بی‌نهایت با تغییرات هارمونیک $I_m e^{j\omega t}$ در مختصات (ρ',φ') در کنار یک کنج متقارن با زاویهٔ رأس 2α و از جنس هادی مغناطیسی کامل (PMC) مطابق شکل قرار گرفته است. شکل کلی میدان در نقطهٔ (ρ,φ) در نزدیکی نوک کنج کدام است؟ (می‌دانیم $k = \omega\sqrt{\mu_\circ\varepsilon_\circ}$ و $\nu = \frac{n\pi}{2(\pi-\alpha)}$ که n عدد صحیح است.)



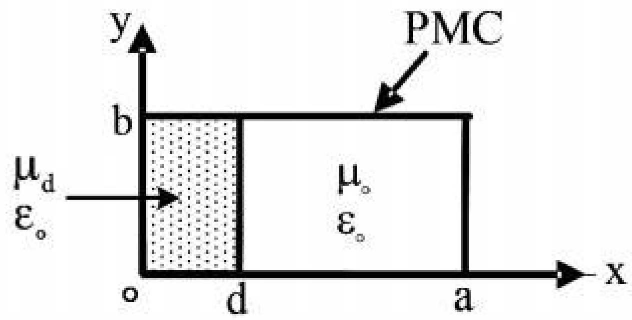
۱) $E_z = \sum_\nu a_\nu H_\nu^{(2)}(k\rho')J_\nu(k\rho)\cos(\nu(\varphi'-\alpha))\cos(\nu(\varphi-\alpha))$

۲) $H_z = \sum_\nu a_\nu H_\nu^{(2)}(k\rho')J_\nu(k\rho)\sin(\nu(\varphi'-\alpha))\sin(\nu(\varphi-\alpha))$

۳) $E_z = \sum_\nu a_\nu J_\nu(k\rho')H_\nu^{(2)}(k\rho)\cos(\nu(\varphi'-\alpha))\cos(\nu(\varphi-\alpha))$

۴) $H_z = \sum_\nu a_\nu J_\nu(k\rho')H_\nu^{(2)}(k\rho)\sin(\nu(\varphi'-\alpha))\sin(\nu(\varphi-\alpha))$

۳۵- دیوارهای یک موجبر مستطیلی با ابعاد سطح مقطع $a\times b$ از هادی مغناطیسی کامل (PMC) ساخته شده است. بخشی از فضای داخلی این موجبر مطابق شکل از یک مادهٔ مغناطیسی با پارامترهای $(\mu_d,\varepsilon_\circ)$ پر شده است. معادلهٔ مشخصهٔ حاکم بر مودهای TE نسبت به x کدام است؟ (در روابط زیر $k_x^{(d)}$ و $k_x^{(\circ)}$ اعداد موج عرضی در عایق و در هوا هستند. انتشار موج در راستای z صورت می‌گیرد.)



۱) $\frac{k_x^{(d)}}{\mu_d}\tan(k_x^{(d)}d)=\frac{k_x^{(\circ)}}{\mu_\circ}\tan(k_x^{(\circ)}(d-a))$

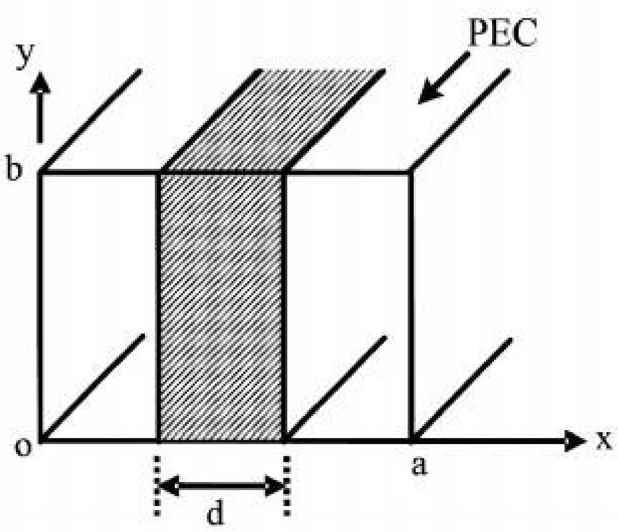
۲) $\frac{k_x^{(d)}}{\mu_d}\cot(k_x^{(d)}d)=\frac{k_x^{(\circ)}}{\mu_\circ}\cot(k_x^{(\circ)}(d-a))$

۳) $\frac{k_x^{(\circ)}}{\mu_\circ}\tan(k_x^{(d)}d)=\frac{k_x^{(d)}}{\mu_d}\tan(k_x^{(\circ)}(d-a))$

۴) $\frac{k_x^{(d)}}{\mu_d}\tanh(k_x^{(d)}d)=\frac{k_x^{(\circ)}}{\mu_\circ}\tanh(k_x^{(\circ)}(d-a))$

۳۶- در شکل زیر یک موجبر مستطیلی با بدنهٔ هادی کامل الکتریکی (PEC) نشان داده شده است. یک لایهٔ عایق به ضخامت d و ضرایب گذردهی و نفوذپذیری ε_d و μ_d در وسط این موجبر قرار داده شده است به طوریکه فاصلهٔ دیوارهای تیغهٔ عایق از دیوارهای موجبر ($x=a$, $x=\circ$) یکسان می‌باشد. بقیهٔ فضای داخل موجبر فضای آزاد است. معادلهٔ مشخصه برای مود TM_x غالب کدام است؟

$k_y=\frac{n\pi}{b}$ و $k_{x_\circ}^2+k_y^2+k_z^2=k_\circ^2$, $k_{xd}^2+k_y^2+k_z^2=k_d^2$, $k_\circ=\omega\sqrt{\mu_\circ\varepsilon_\circ}$, $k_d=\omega\sqrt{\mu_d\varepsilon_d}$



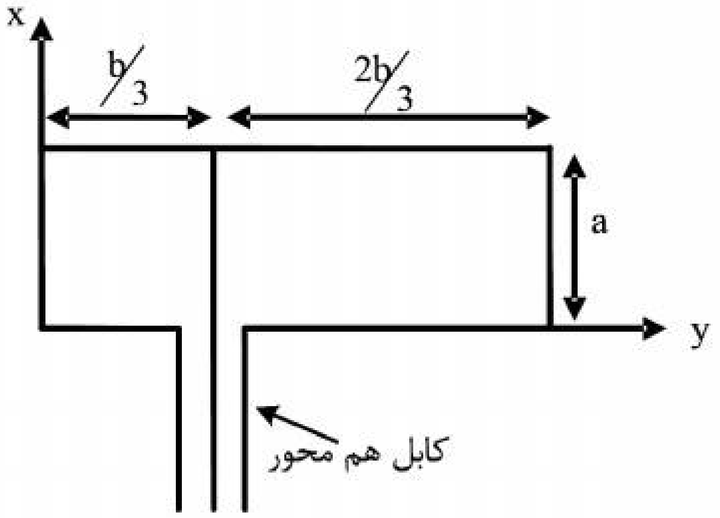
۱) $\frac{k_{xd}}{\varepsilon_d}\tan(k_{xd}\frac{d}{2})=-\frac{k_{x_\circ}}{\varepsilon_\circ}\cot(k_{x_\circ}(\frac{a-d}{2}))$

۲) $\frac{k_{xd}}{\varepsilon_d}\tan(k_{xd}\frac{d}{2})=\frac{k_{x_\circ}}{\varepsilon_\circ}\cot(k_{x_\circ}(\frac{a-d}{2}))$

۳) $\frac{k_{xd}}{\varepsilon_d}\cot(k_{xd}\frac{d}{2})=\frac{k_{x_\circ}}{\varepsilon_\circ}\tan(k_{x_\circ}(\frac{a-d}{2}))$

۴) $\frac{k_{xd}}{\varepsilon_d}\cot(k_{xd}\frac{d}{2})=-\frac{k_{x_\circ}}{\varepsilon_\circ}\tan(k_{x_\circ}(\frac{a-d}{2}))$

۳۷- یک موجبر مستطیلی با سطح مقطع $a \times b$ با فرض $b = ۲a$ توسط یک پروب هم محور طبق شکل زیر در صفحهٔ $z = ۰$ تغذیه می‌شود. جریان پروب را یکنواخت و با تغییرات زمانی هارمونیک $I_{\circ}e^{j\omega t}$ در نظر بگیرید. موجبر از دو سمت بی‌نهایت فرض می‌شود و تنها مود غالب در آن انتشار می‌یابد. مقاومت دیده شده توسط کابل هم‌محور چقدر است؟ ($Z_{\circ}$ امپدانس مشخصهٔ مود غالب موجبر است.)



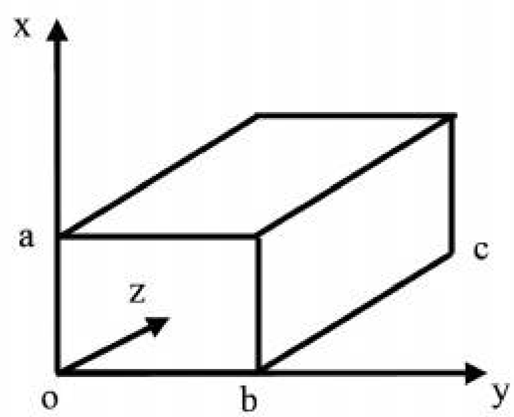
۱) $\frac{۳}{۴}Z_{\circ}$

۲) $\frac{۱}{۲}Z_{\circ}$

۳) $Z_{\circ}$

۴) $\frac{۳}{۸}Z_{\circ}$

۳۸- یک تشدیدکنندهٔ مکعب مستطیل با ابعاد نشان داده شده در شکل زیر در دست است. اگر مقاومت سطحی دیواره‌های موجبر را R_s فرض کنیم، آنگاه برای $b = c$ و $a < b$ ، ضریب کیفیت Q مود $TE_{\circ ۱۱}$ کدام است؟



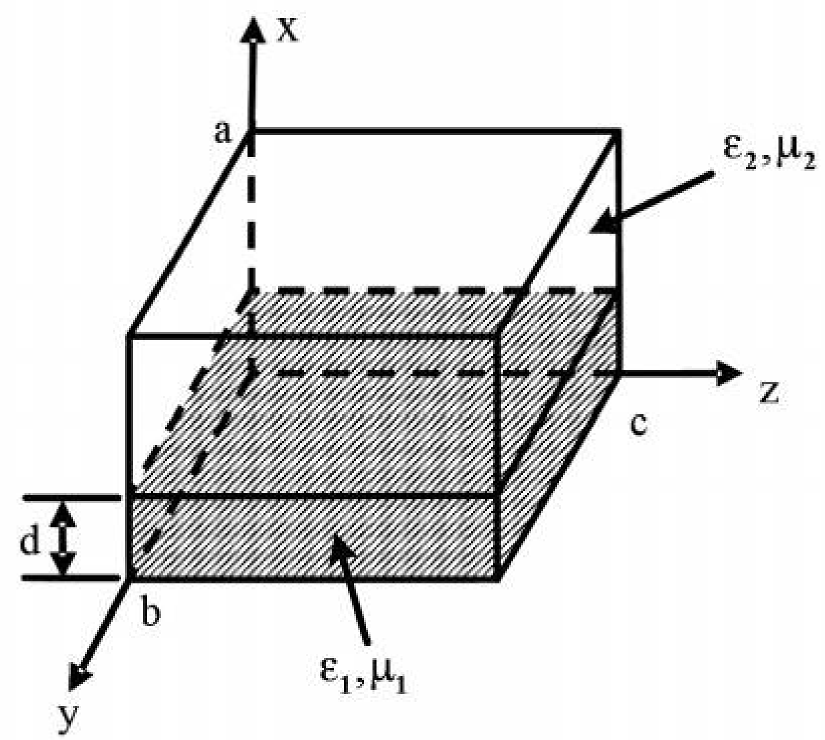
۱) $\frac{۲\pi}{\sqrt{۲}} \frac{a}{b+۲a} \frac{\eta_{\circ}}{R_s}$

۲) $\frac{\pi}{\sqrt{۲}} \frac{a}{b+۲a} \frac{\eta_{\circ}}{R_s}$

۳) $\frac{\pi}{\sqrt{۲}} \frac{b}{b+۲a} \frac{\eta_{\circ}}{R_s}$

۴) $\frac{۲\pi}{\sqrt{۲}} \frac{b}{b+۲a} \frac{\eta_{\circ}}{R_s}$

۳۹- در شکل زیر یک تشدیدکننده با پرشدگی جزئی در اختیار داریم که اضلاع آن در راستای محورهای x و y و z به ترتیب برابر a و b و c می‌باشد. این تشدیدکننده در راستای x تا ارتفاع d از ماده‌ای با ضرایب ε_1 و μ_1 و بقیهٔ فضا که ناحیهٔ ۲ نامیده می‌شود از مادهٔ ε_2 و μ_2 پر شده است. تابع پتانسیل در ناحیهٔ ۲ برای مود TE_x، کدام است؟ می‌دانیم که شرایط مرزی صفحات $z=0$، $y=b$ و $x=a$ هادی کامل الکتریکی (PEC) و شرایط مرزی صفحات $z=c$، $y=0$ و $x=0$ هادی کامل مغناطیسی (PMC) است.



۱) $\psi_2 = A\cos(k_{x2}(x-a))\cos((m-\frac{1}{2})\frac{\pi y}{b})\cos((n-\frac{1}{2})\frac{\pi z}{c})$, $m=1,2,...$, $n=0,1,2,...$

۲) $\psi_2 = A\cos(k_{x2}(x-a))\sin(\frac{m\pi}{b}y)\cos(\frac{n\pi}{c}z)$, $m=1,2,...$, $n=0,1,2,...$

۳) $\psi_2 = A\sin(k_{x2}(x-a))\sin((m-\frac{1}{2})\frac{\pi y}{b})\cos((n-\frac{1}{2})\frac{\pi z}{c})$, $m=1,2,...$, $n=0,1,2,...$

۴) $\psi_2 = A\sin(k_{x2}(x-a))\sin(\frac{m\pi}{b}y)\cos((n-\frac{1}{2})\frac{\pi z}{c})$, $m=1,2,...$, $n=0,1,2,...$

۴۰- یک تشدید کننده بین دو کرهٔ هادی کامل الکتریکی (PEC) هم مرکز به شعاع‌های $r=a$، $r=b$ $(b>a)$ را در نظر بگیرید. فرکانس زاویه‌ای تشدید ω_r برای مودهای تشدیدی TE نسبت به r از کدام معادله به دست می‌آید؟ (در روابط زیر $\hat{J}_n$ و $\hat{N}_n$ توابع بسل کروی شلکونف هستند.)

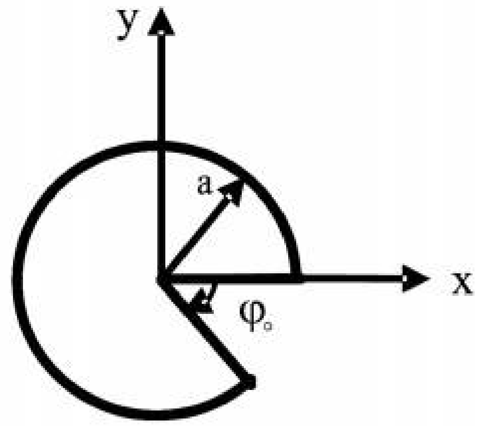
۱) $\hat{J}_n(\omega_r\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}b)\hat{N}_n(\omega_r\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}a)-\hat{J}_n(\omega_r\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}a)\hat{N}_n(\omega_r\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}b)=0$

۲) $\hat{J}_n(\omega_r\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}a)\hat{J}_n(\omega_r\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}a)-\hat{N}_n(\omega_r\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}b)\hat{N}_n(\omega_r\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}b)=0$

۳) $\hat{J}_n(\omega_r\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}b)\hat{N}_n(\omega_r\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}b)-\hat{J}_n(\omega_r\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}a)\hat{N}_n(\omega_r\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}a)=0$

۴) $\hat{J}_n(\omega_r\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}a)\hat{J}_n(\omega_r\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}b)-\hat{N}_n(\omega_r\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}a)\hat{N}_n(\omega_r\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}b)=0$

۴۱- یک تشدیدکنندهٔ استوانه‌ای با دیواره‌هائی از جنس هادی الکتریکی کامل (**PEC**) مطابق شکل زیر در نظر بگیرید. **a** شعاع، **d** ارتفاع و $\varphi_{\circ}$ زاویهٔ کنج ایجاد شده در تشدیدکننده است و داخل تشدید کننده از هوا پر شده است. برای مقدار کوچک **d**، فرکانس تشدید مود غالب کدام است؟



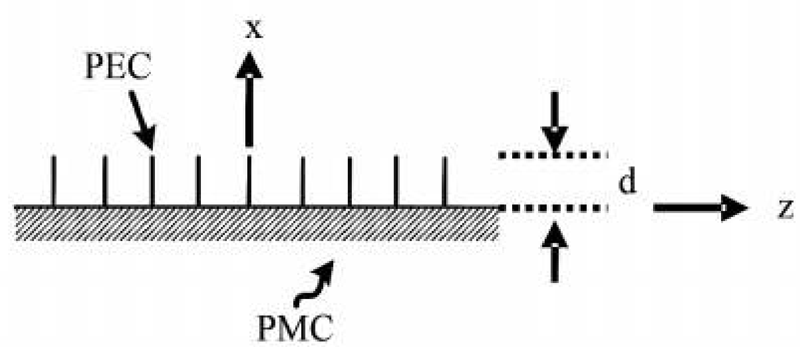
۱) $f_r = \frac{x'_{\nu_1}}{2\pi a\sqrt{\mu_{\circ}\varepsilon_{\circ}}}$ ، x'_{ν_1} اولین ریشهٔ تابع $J'_{\nu}(x) = 0$، $\nu = \frac{\pi}{\varphi_{\circ}}$

۲) $f_r = \frac{x_{\nu_1}}{2\pi a\sqrt{\mu_{\circ}\varepsilon_{\circ}}}$ ، x_{ν_1} اولین ریشهٔ تابع $J_{\nu}(x) = 0$، $\nu = \frac{\pi}{2\pi - \varphi_{\circ}}$

۳) $f_r = \frac{x'_{\nu_1}}{2\pi a\sqrt{\mu_{\circ}\varepsilon_{\circ}}}$ ، x'_{ν_1} اولین ریشهٔ تابع $J'_{\nu}(x) = 0$، $\nu = \frac{\pi}{2\pi - \varphi_{\circ}}$

۴) $f_r = \frac{x_{\nu_1}}{2\pi a\sqrt{\mu_{\circ}\varepsilon_{\circ}}}$ ، x_{ν_1} اولین ریشهٔ تابع $J_{\nu}(x) = 0$، $\nu = \frac{\pi}{\varphi_{\circ}}$

۴۲- در شکل زیر یک صفحهٔ هادی کامل مغناطیسی (PMC) که در صفحهٔ yz قرار دارد، نشان داده شده است که روی آن شیارهای عمودی موازی از جنس هادی کامل الکتریکی(PEC) با طول‌های یکسان قرار دارد. ارتفاع شیارها d می‌باشد. این ساختار در راستای y نامحدود می‌باشد. طول d چقدر باشد تا این ساختار بتواند موج سطحی TM_z را بر روی خود هدایت کند و k_z برای این موج انتشاری چقدر است؟ $k_\circ = \omega\sqrt{\mu_\circ \varepsilon_\circ}$ و $\lambda_\circ$ طول موج در فضای آزاد است.



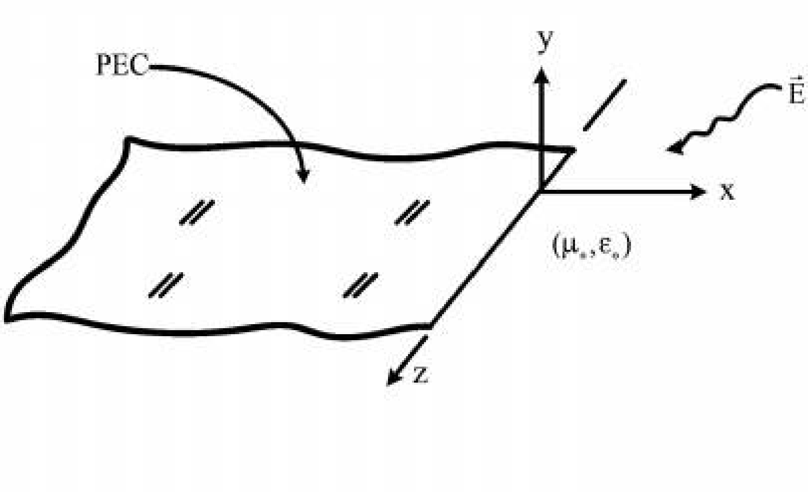
۱) $k_z = k_\circ\sqrt{1+\tan^2(k_\circ d)} \quad , \quad 0 < d < \frac{\lambda_\circ}{4}$

۲) $k_z = k_\circ\sqrt{1+\cot^2(k_\circ d)} \quad , \quad 0 < d < \frac{\lambda_\circ}{4}$

۳) $k_z = k_\circ\sqrt{1+\tan^2(k_\circ d)} \quad , \quad \frac{\lambda_\circ}{4} < d < \frac{\lambda_\circ}{2}$

۴) $k_z = k_\circ\sqrt{1+\cot^2(k_\circ d)} \quad , \quad \frac{\lambda_\circ}{4} < d < \frac{\lambda_\circ}{2}$

۴۳- یک نیم صفحهٔ بی‌نهایت نازک از جنس هادی کامل الکتریکی (PEC) همانند شکل زیر بر صفحهٔ $y=0$ برای $x<0$ منطبق است. موج صفحه‌ای یکنواخت $\vec{E}^i = \hat{z}E_\circ \exp(-j\vec{k}\cdot\vec{r})$ با بردار موج $\vec{k} = -\frac{1}{2}k_\circ(\sqrt{3}\hat{x}+\hat{y})$ با $k_\circ = \omega\sqrt{\mu_\circ\varepsilon_\circ}$ به این نیم صفحهٔ نازک تابانده می‌شود. اگر مؤلفهٔ H_x از میدان مغناطیسی کل در نقطهٔ $(x,y,z)=(2a,0,0)$ برابر $H_\circ$ باشد، آنگاه H_x در نقطهٔ $(x,y,z)=(a,0,0)$ کدام است؟ (می‌دانیم $2k_\circ a \ll 1$ و همچنین برای $x \ll 1$ داریم $J_\nu(x) \approx \frac{1}{\nu!}(\frac{x}{2})^\nu$)



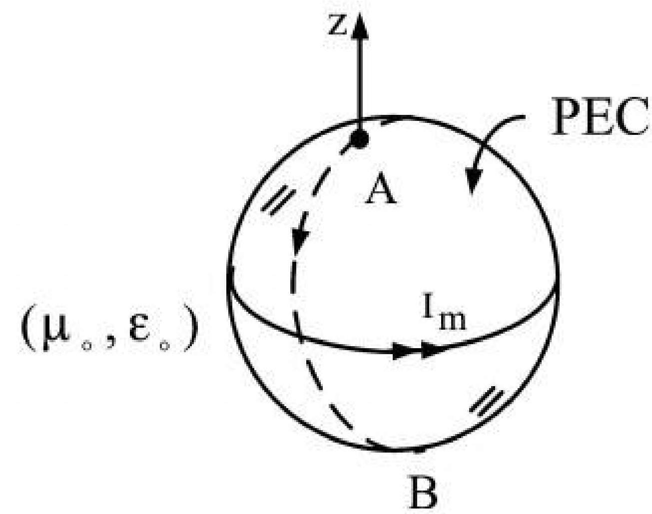
۱) $\frac{1}{2}H_\circ$

۲) $\frac{1}{\sqrt{2}}H_\circ$

۳) $\sqrt{2}H_\circ$

۴) $2H_\circ$

۴۴- همانند شکل زیر یک کره از جنس هادی کامل الکتریکی (PEC) به شعاع $r=a^-$ و به مرکز مبدأ مختصات در فضای خالی مفروض است. توسط منابع مناسب به ازای $\theta=\frac{\pi}{2}$ (روی خط استوا) برای $r=a$ یک جریان مغناطیسی رشته‌ای یکنواخت با تغییرات زمانی $I_m=I_\circ e^{j\omega t}$ برقرار شده است. اگر فیزور میدان تولید شده توسط I_m در مجاورت کرهٔ PEC برابر $(\vec{E},\vec{H})$ باشد، آنگاه حاصل انتگرال خط $\int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{\ell}$ کدام است؟ A و B قطب شمال و جنوب کرهٔ PEC و مسیر انتگرال خط مزبور، همانند شکل یک نیم دایره به شعاع $r=a^+$ است.



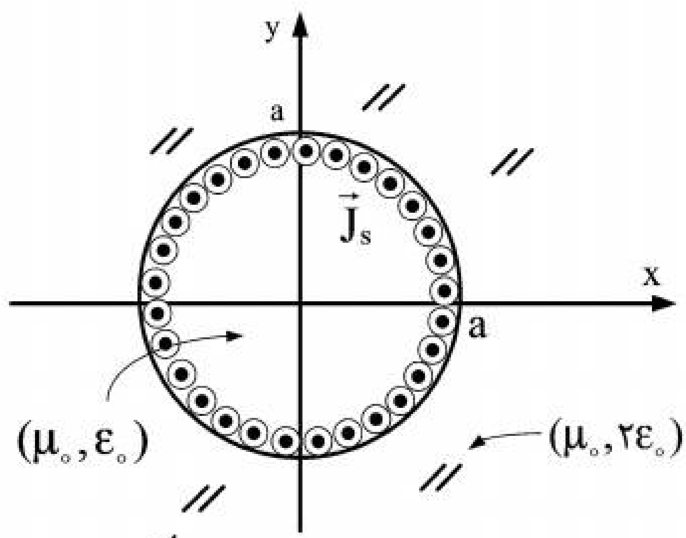
۱) $-2I_\circ$

۲) $-I_\circ$

۳) $I_\circ$

۴) $2I_\circ$

۴۵- همانند شکل زیر یک حفرهٔ استوانه‌ای با طول بی‌نهایت به موازات محور z در یک فضای عایق با $(\mu_\circ, 2\varepsilon_\circ)$ ایجاد شده است. درون حفره خلأ است. روی دیوارهٔ این حفره جریان الکتریکی سطحی که چگالی آن با فیزور $\vec{J}_s=\hat{z}J_\circ$ داده می‌شود، توزیع شده است. $J_\circ$ عدد مختلط ثابت است. میدان تولید شده توسط $\vec{J}_s$ در داخل و خارج حفرهٔ استوانه‌ای را در نظر بگیرید. به ازای کدام فرکانس زاویه‌ای برای منبع $\vec{J}_s$، میدان در خارج حفره صفر خواهد بود؟ ریشهٔ m ام توابع بسل $J_n(x)$ و $J'_n(x)$ به ترتیب x_{nm} و x'_{nm} فرض می‌شوند؟



۱) $\frac{x_{\circ1}}{\sqrt{\mu_\circ\varepsilon_\circ}\sqrt{2}a}$

۲) $\frac{x'_{\circ1}}{\sqrt{\mu_\circ\varepsilon_\circ}\sqrt{2}a}$

۳) $\frac{x'_{\circ1}}{\sqrt{\mu_\circ\varepsilon_\circ}a}$

۴) $\frac{x_{\circ1}}{\sqrt{\mu_\circ\varepsilon_\circ}a}$