265

F

265F

نام:

نام خانوادگی:

محل امضاء:

اگر دانشگاه اصلاح شود، مملکت اصلاح می‌شود.

امام خمینی (ره)

صبح جمعه

۹۳/۱۲/۱۵

دفترچه شماره ۱ از ۲

جمهوری اسلامی ایران

وزارت علوم، تحقیقات و فنّاوری

سازمان سنجش آموزش کشور

آزمون ورودی
دوره‌های دکتری (نیمه‌متمرکز) داخل
سال ۱۳۹۴

رشته مهندسی مکانیک ـ دینامیک، کنترل و ارتعاشات ـ کدرشته ۲۳۲۳

تعداد سوال: ۴۵ — مدت پاسخگویی: ۱۵۰ دقیقه

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سوال‌ها

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سوال	از شماره	تا شماره	ضریب
۱	مجموعه دروس تخصصی (ریاضیات مهندسی، دینامیک پیشرفته، ارتعاشات و کنترل پیشرفته)	۴۵	۱	۴۵	۴

این آزمون نمره منفی دارد.

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

اسفندماه ـ سال ۱۳۹۳

حق چاپ، تکثیر و انتشار سوالات به هر روش (الکترونیکی و ...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

مجموعه دروس تخصصی (ریاضیات مهندسی، دینامیک پیشرفته، ارتعاشات و کنترل پیشرفته):

۱- **برای توابع ویژه و مقادیر ویژه مسئله روبرو، کدام گزینه صحیح است؟**

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0 \\ y(\pi) = y'(\pi) \end{cases}$$

۱) $y_n(x) = \sin(\alpha_n x)$ با شرط $\tan(\alpha_n \pi) = 2\alpha_n$ ، $n = 0,1,2,3,\ldots$

۲) $y_n(x) = \sin(\alpha_n x)$ با شرط $\tan(\alpha_n \pi) = \alpha_n$ ، $n = 0,1,2,3,\ldots$

۳) $y_n(x) = \sin(\alpha_n x)$ با شرط $\tan(\alpha_n) = \alpha_n$ ، $n = 0,1,2,3,\ldots$

۴) $y_n(x) = \sin(\alpha_n x)$ با شرط $\cot(\alpha_n \pi) = \alpha_n$ ، $n = 0,1,2,3,\ldots$

۲- **پاسخ کراندار $w(x,t)$ مسئله مقدار اوّلیه کرانه‌ای زیر، کدام است؟**

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 w}{\partial x^2} = \dfrac{\partial^2 w}{\partial t^2} & , \quad x > 0 \ , \ t > 0 \\ w(x,0) = \dfrac{\partial w(x,0)}{\partial t} = 0 & , \quad x \geq 0 \\ \dfrac{\partial w(0,t)}{\partial x} = \cos t & , \quad t \geq 0 \end{cases}$$

۱) $-2\sin\left(\dfrac{t-x}{2}\right)u(t-x)$، که در آن، u تابع پله واحد است.

۲) $-\dfrac{1}{2}\sin(2t-2x)u(t-x)$، که در آن، u تابع پله واحد است.

۳) $-\sin(t-x)u(t-x)$، که در آن، u تابع پله واحد است.

۴) پاسخ کراندار ندارد.

۳- **یک راه‌حل مسئله مقدار اولیه کرانه‌ای (یا مرزی) به صورت زیر:**

$$\begin{cases} u_{tt} - a^2 u_{xx} = f(x,t) \ , \ 0 < x < L \ , \ t > 0 \\ u(x,0) = g(x), u_t(x,0) = h(x) \\ u(0,t) = 0 = u(L,t) \ , \ t > 0 \end{cases}$$

(f و g و h توابع تکه‌ای هموار داده شده‌اند) آن است که شرایط اولیه داده شده و توابع f (معلوم) و u (مجهول) را بر حسب یک پایه متعامد مناسب $\{\phi_k(x)\}_{k=1}^{\infty}$، به صورت زیر بسط دهیم:

$$u(x,t) = \sum_{k=1}^{\infty} u_k(t)\phi_k(x) \ , \ f(x,t) = \sum_{k=1}^{\infty} f_k(t)\phi_k(x) \ , \ g(x) = \sum_{k=1}^{\infty} g_k \phi_k(x) \ , \ h(x) = \sum_{k=1}^{\infty} h_k \phi_k(x)$$

و سپس با قرار دادن این کاندیداها در معادلات مسئله داده شده، مجهولات $u_k(t)$ را بیابیم. در این صورت پایه متعامد $\{\phi_k(x)\}_{k=1}^{\infty}$، کدام است؟

۱) $\left\{\sin\dfrac{k\pi x}{L}\right\}_{k=1}^{\infty}$

۲) $\left\{\cos\dfrac{k\pi x}{L}\right\}_{k=0}^{\infty}$

۳) $\left\{\sin\dfrac{(2k-1)\pi x}{2L}\right\}_{k=1}^{\infty}$

۴) $\left\{\cos\dfrac{(2k-1)\pi x}{2L}\right\}_{k=1}^{\infty}$

۴- سری فوریه سینوسی نیم‌دامنه تابع $f(x)=x\sin x$، $0\le x\le \pi$، کدام است؟

۱) $\sum_{m=1}^{\infty}\frac{-16m}{\pi(2m-1)^2(2m+1)^2}\sin(2mx)$

۲) $\frac{\pi}{2}\sin x+\sum_{m=1}^{\infty}\frac{-8m}{\pi(2m-1)^2(2m+1)^2}\sin(2mx)$

۳) $\frac{\pi}{2}\sin x+\sum_{m=1}^{\infty}\frac{-16m}{\pi(2m-1)^2(2m+1)^2}\sin(2mx)$

۴) $\frac{\pi}{2}\sin x+\sum_{m=1}^{\infty}\frac{-16m}{\pi(2m-1)^2(2m+1)^2}\sin(2m-1)x$

۵- برای تابع $f(x)=x\cos x$، $0<x<\pi$، سری فوریه کسینوسی نیم‌دامنه را درنظر می‌گیریم. سه جمله اول این سری، کدام است؟

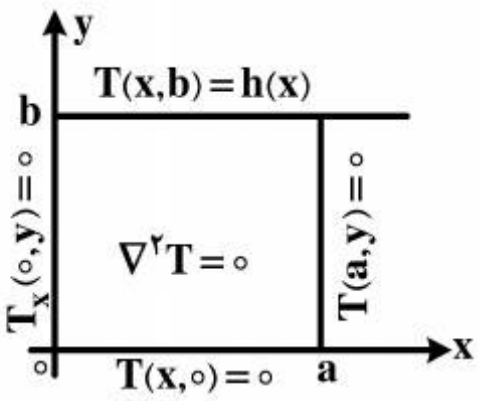
۱) $-\frac{2}{\pi}+\pi\cos x-\frac{20}{9\pi}\cos 2x$

۲) $-\frac{2}{\pi}+\cos x-\frac{20}{9\pi}\cos 2x$

۳) $-\frac{2}{\pi}+\frac{\pi}{2}\cos x-\frac{10}{9\pi}\cos 2x$

۴) $-\frac{2}{\pi}+\frac{\pi}{2}\cos x-\frac{20}{9\pi}\cos 2x$

۶- در مسئله مقدار مرزی معادله دیفرانسیل لاپلاس زیر، پایهٔ متعامد بسط تابع $h(x)$ داده شده به سری فوریه، کدام است؟



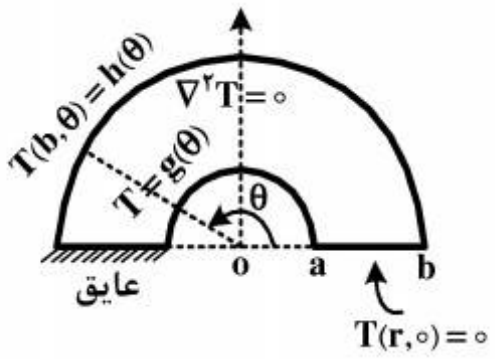
۱) $\left\{\cos\frac{k\pi x}{2a}\right\}_{k=1}^{\infty}$

۲) $\left\{\cos\frac{(2k-1)\pi x}{2a}\right\}_{k=1}^{\infty}$

۳) $\left\{\sin\frac{(2k-1)\pi x}{2a}\right\}_{k=1}^{\infty}$

۴) $\left\{\frac{1}{2},\cos\frac{\pi x}{a},\cos\frac{2\pi x}{a},\ldots,\cos\frac{k\pi x}{a},\ldots\right\}$

۷- برای مسئله مقدار مرزی زیر، در مورد معادله دیفرانسیل لاپلاس در داخل یک نیم‌طوق، کاندید جواب به کدام صورت است؟



۱) $T(r,\theta)=\sum_{k=1}^{\infty} A_k r^k \sin(k\theta)$

۲) $T(r,\theta)=\sum_{k=1}^{\infty}(A_k r^k + B_k r^{-k})\sin(\frac{2k-1}{2})\theta$

۳) $T(r,\theta)=\sum_{k=1}^{\infty} A_k r^{\alpha_k}\sin(\frac{2k-1}{2})\theta$ ، $\alpha_k=(\frac{2k-1}{2})$

۴) $T(r,\theta)=\sum_{k=1}^{\infty}(A_k r^{\alpha_k} + B_k r^{-\alpha_k})\sin(\frac{2k-1}{2})\theta$ ، $\alpha_k=(\frac{2k-1}{2})$

۸- در معادله رویه مینیمال $\left(1+u_x^2\right)u_{yy}-uu_xu_yu_{xy}+\left(1+u_y^2\right)u_{xx}=0$، جواب‌هایی به‌صورت $u(x,y)=F(x)+G(y)$، کدام هستند؟

۱) $u(x,y)=\frac{-1}{c}\text{Ln}\cos(cx+c_1)+c_2+\frac{1}{c}\text{Ln}\cos(-cy+d_1)+d_2$

۲) $u(x,y)=\frac{1}{c}\text{Ln}\cos(cx+c_1)+c_2+\frac{1}{c}\text{Ln}\cos(-cy+d_1)+d_2$

۳) $u(x,y)=\frac{-1}{c}\text{Ln}\cos(cx+c_1)+c_2+\frac{1}{c}\text{Ln}\cos(cy+d_1)+d_2$

۴) $u(x,y)=\frac{1}{c}\text{Ln}\cos(cx+c_1)+c_2+\frac{1}{c}\text{Ln}\cos(cy+d_1)+d_2$

۹- با فرض اینکه، جواب مسئلهٔ مقدار اولیه $\begin{cases}u_t-u_{xx}=0\\ u(x,0)=\phi(x)\end{cases}$ ($-\infty<x<\infty$ و ϕ تابع معلوم)، به‌صورت $u(x,t)=\frac{1}{2\sqrt{\pi t}}\int_{-\infty}^{\infty}\phi(\zeta)e^{\frac{-(x-\zeta)^2}{4t}}d\zeta$ باشد، در حالت خاصی که شرط اولیه به‌صورت $\phi(x)=\begin{cases}T_1 & x>0\\ T_2 & x<0\end{cases}$ (T_1 و T_2 ثابت) باشد، آنگاه کدام مورد، صحیح است؟

۱) $u(x,t)=\frac{T_1+T_2}{2}+\frac{T_1-T_2}{\sqrt{\pi}}\int_0^{\frac{x}{2\sqrt{t}}}e^{-\alpha^2}d\alpha$

۲) $u(x,t)=\frac{T_1-T_2}{2}+\frac{T_1+T_2}{\sqrt{\pi}}\int_0^{\frac{x}{2\sqrt{t}}}e^{-\alpha^2}d\alpha$

۳) $u(x,t)=(T_1-T_2)(\frac{1}{2}+\frac{1}{\sqrt{\pi}}\int_0^{\frac{x}{2\sqrt{t}}}e^{-\alpha^2}d\alpha)$

۴) $u(x,t)=(T_1+T_2)(\frac{1}{2}+\frac{1}{\sqrt{\pi}}\int_0^{\frac{x}{2\sqrt{t}}}e^{-\alpha^2}d\alpha)$

۱۰- مقدار انتگرال $I = \int_{0}^{\infty} \frac{(Lnx)^2}{1+x^2} dx$، کدام است؟

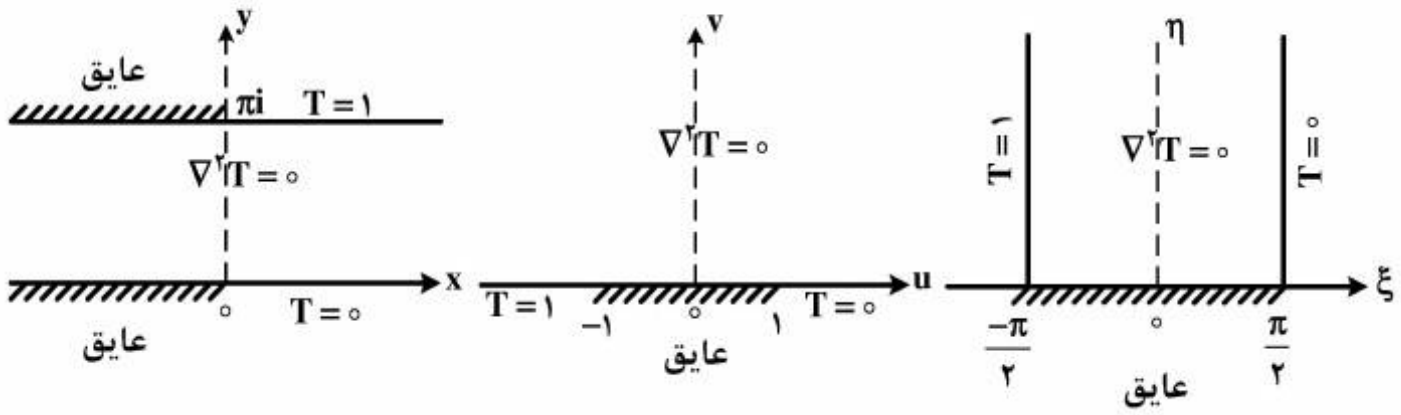
۱) $\frac{\pi^3}{16}$

۲) $\frac{\pi^3}{8}$

۳) $\frac{\pi^3}{4}$

۴) $\frac{\pi^3}{8} + \frac{\pi^2}{4}$

۱۱- سه مسئله مقدار مرزی زیر، برای معادله دیفرانسیل لاپلاس داده شده‌اند. جواب کراندار در نیمه نوار قائم و دو نگاشت مناسب از صفحهٔ ζ به صفحه w و سپس از صفحه w به صفحه z، که جواب‌های کراندار دو مسئله مقدار مرزی دیگر را بدهند، کدامند؟



۱) $w = \sin\zeta \;،\; z = e^w \;،\; T(\xi,\eta) = \frac{1}{\pi}(\frac{\pi}{2} - \xi)$

۲) $\zeta = \sin w \;،\; w = Logz \;،\; T(\xi,\eta) = \frac{1}{\pi}(\xi - \frac{\pi}{2})$

۳) $w = \sin\zeta \;،\; w = Logz \;،\; T(\xi,\eta) = \frac{1}{\pi}(\frac{\pi}{2} - \xi)$

۴) $w = \sin\zeta \;،\; z = Logw \;،\; T(\xi,\eta) = \frac{1}{\pi}(\frac{\pi}{2} - \xi)$

۱۲- با انتگرال‌گیری از تابع مختلط $f(z) = \frac{e^{az}}{1+e^z}$ (a ثابت $0 < a < 1$) روی کرانه مستطیل $|x| < R$، $0 \le y \le 2\pi$، در جهت مثلثاتی، و سپس میل دادن $R \to \infty$، مقدار $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{ax}}{1+e^x}$، کدام است؟

۱) $\frac{\pi}{\sin(\pi a)}$

۲) $\frac{2\pi}{\sin(\pi a)}$

۳) $\frac{\pi}{\sinh(\pi a)}$

۴) $\frac{2\pi}{\sinh(\pi a)}$

۱۳- اگر $f(z)$ تابع تام، $|chz\ f(z)| \le 1$، و $f(0) = 2$، آنگاه مقدار $f(Ln2)$ کدام است؟

۱) صفر

۲) $\frac{3}{4}$

۳) ۱

۴) $\frac{8}{5}$

۱۴- در صورتی‌که به ازای هر نقطه $z = re^{i\theta}$ در داخل دایره $\zeta = r_0 e^{i\phi}$، $0 \le \phi < 2\pi$، داشته باشیم $f(re^{i\theta}) = \frac{r_0^2 - r^2}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{f(r_0 e^{i\phi})}{|\zeta - z|^2} d\phi$، که در آن f در درون و روی دایره مذکور تحلیلی است، و u قسمت حقیقی f باشد، آنگاه $u(r,\theta) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} P(r_0, r, \phi - \theta) u(r_0, \phi) d\phi$. در این صورت، کدام‌یک از موارد زیر، صحیح نیست؟

۱) $\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} P(r_0, r, \phi - \theta) d\phi = 1$

۲) $P(r_0, r, \phi - \theta) = \frac{r_0^2 - r^2}{r_0^2 + 2rr_0 \cos(\phi - \theta) + r^2}$

۳) تابع $P(r_0, r, \phi - \theta)$ همیشه مثبت است.

۴) $P(r_0, r, \phi - \theta)$ تابعی زوج و دوره‌ای (متناوب) از $(\phi - \theta)$ است.

۱۵- در مورد خودالحاق (self Adjoint) بودن معادله دیفرانسیل زیر، کدام عبارت صحیح است؟

$$xy'' + (1-x)y' + ay = 0$$

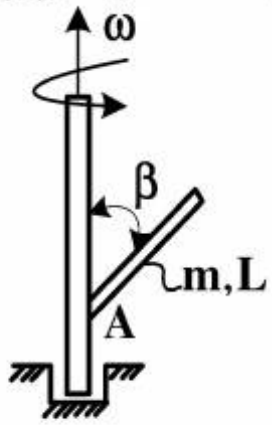
۱) با ضرب در x خودالحاق می‌شود.

۲) با ضرب در $\frac{1}{x}$ خودالحاق می‌شود.

۳) با ضرب در e^{-x} خودالحاق می‌شود.

۴) خودالحاق است.

۱۶- انتهای میله بسیار باریک و یکنواختی به طول L و به جرم m، به یک محور گردان که با سرعت زاویه‌ای ω می‌چرخد، با زاویه β جوش داده شده است. مقدار لنگر حرکتی $\vec{H}_A$ میله حول نقطه A، چند برابر $mL^2\omega$ است؟



۱) $\frac{1}{12}\sin\beta$

۲) $\frac{1}{6}\cos\beta\sin\beta$

۳) $\frac{1}{3}\sin\beta$

۴) $\frac{1}{3}\cos\beta$

۱۷- توپی به جرم m، از وضعیت سکون در لحظه $t=0$ از ارتفاع h رها شده و بر روی سطحی می‌افتد. چنانچه ضریب جبران (ارتجاع) مابین سطح و توپ e باشد، مدت زمان موردنیاز برای آنکه حالت پَرش (بالا و پایین آمدن) توپ متوقف شود، چند برابر $\sqrt{\frac{2h}{g}}$ است؟

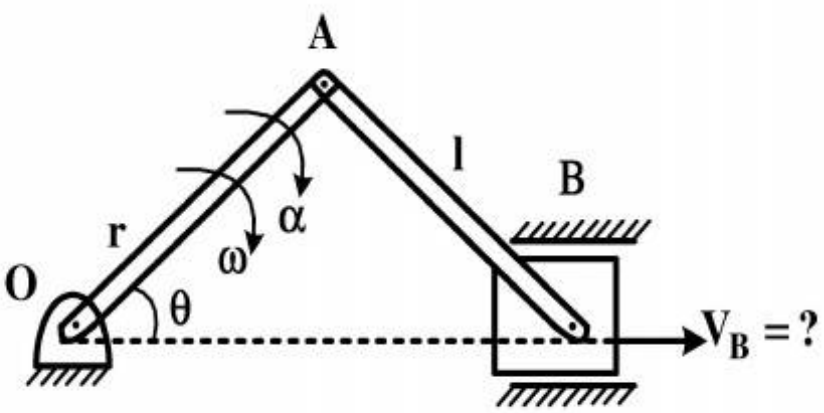
۱) $1+e$

۲) $(1+e)e$

۳) $\frac{1-e}{1+e}$

۴) $\frac{1+e}{1-e}$

۱۸- سرعت لحظه‌ای لغزنده B در مکانیزم لنگ و لغزنده زیر، چند برابر $r\omega$ است؟ (سرعت و شتاب زاویه‌ای لنگ، به‌ترتیب ω و α می‌باشد.)



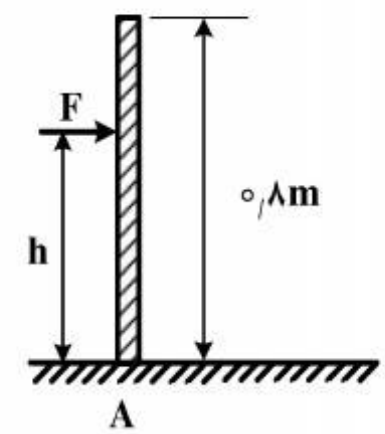
۱) $\sin\theta$

۲) $\frac{2\alpha}{\omega^2}\sin\theta$

۳) $\sin\theta+\frac{\sin\theta\cos\theta}{\sqrt{\frac{l^2}{r^2}-\sin^2\theta}}$

۴) $\frac{2\cos\theta}{\sqrt{1-\frac{r^2}{l^2}\sin^2\theta}}-\sin\theta$

۱۹- میله همگن و باریکی به جرم ۴ کیلوگرم، مطابق شکل زیر، به حالت ایستاده در حال تعادل است. تقریباً در ارتفاع چند متری از میله (h) می‌توان نیروی افقی F را به آن وارد کرد، بدون آنکه میله در محل تماس با سطح زمین (A) بلغزد؟



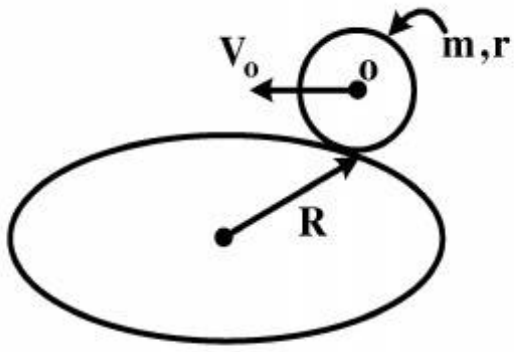
۱) ۰/۷۰

۲) ۰/۵۳

۳) ۰/۴۵

۴) ۰/۳۰

۲۰- دیسک همگنی به جرم **m** و شعاع **r** و مرکز **o**، در صفحه قائم قرار داشته و روی صفحه افقی در مسیر دایره‌ای به شعاع **R** بدون لغزش می‌غلتد و سرعت مرکز آن V_o است. انرژی سینتیک آن، کدام است؟



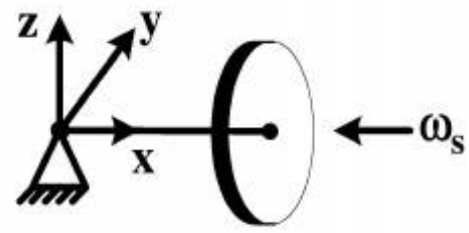
۱) $\frac{1}{2}mV_o^2(\frac{3}{2}+\frac{r^2}{4R^2})$

۲) $\frac{1}{2}mV_o^2(\frac{3}{2}+\frac{r^2}{3R^2})$

۳) $\frac{1}{2}mV_o^2(\frac{3}{2}+\frac{3r^2}{R^2})$

۴) $\frac{1}{2}mV_o^2(\frac{3}{2}+\frac{4r^2}{R^2})$

۲۱- ژیروسکپی به چرخش درمی‌آید، به‌طوری‌که مطابق شکل زیر، بردار چرخش آن به سمت تکیه‌گاه و نیروی ثقلی به سمت پایین است. بردار سرعت زاویه‌ای تقدیم (**Precession**)، در کدام جهت خواهد بود؟



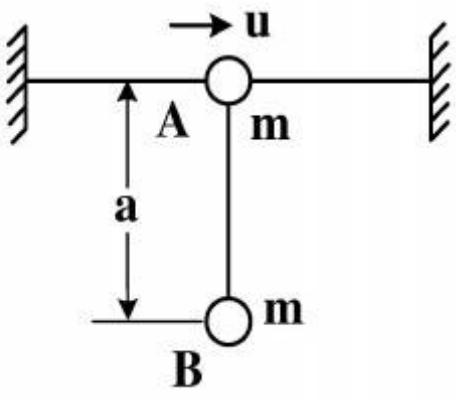
۱) بالا

۲) پایین

۳) عمود بر صفحه، به طرف خارج

۴) عمود بر صفحه، به طرف داخل

۲۲- مهره **A** به جرم **m** در امتداد مفتول افقی قرار دارد و مهره **B** به‌وسیله طنابی به طول **a**، به مهره **A** متصل شده است. هر دو مهره در شرایط سکون قرار دارند. اگر به مهره **A** سرعت **u** در امتداد مفتول داده شود، حداکثر زاویهٔ انحراف مهره **B** از وضع قائم چقدر است؟ (از اصطکاک بین مفتول و مهره **A** صرف‌نظر و فرض شود **u** در محدوده‌ای است که موجب دوران کامل **B** حول **A** نمی‌شود.)



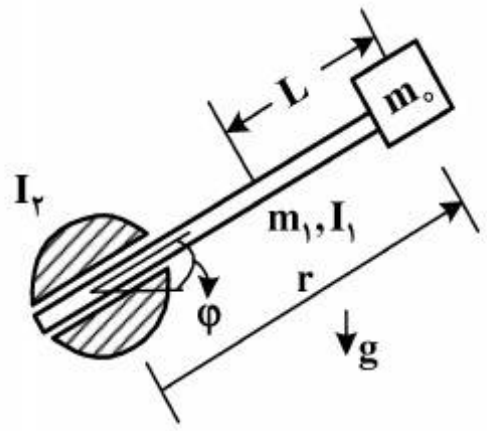
۱) $\text{Arc}\cos\left(1-\frac{u^2}{4ga}\right)$

۲) $\text{Arc}\cos\left(1-\frac{u^2}{2ga}\right)$

۳) $\text{Arc}\cos\left(1-\frac{u^2}{ga}\right)$

۴) $\text{Arc}\cos\left(\frac{u^2}{2ga}-1\right)$

۲۳- در بازوی دو درجه آزادی نشان داده شدهٔ زیر، انرژی جنبشی منهای انرژی پتانسیل یعنی تابع لاگرانژین، برابر کدام است؟ (L، فاصلهٔ مرکز جرم میله از انتهای آن است.)



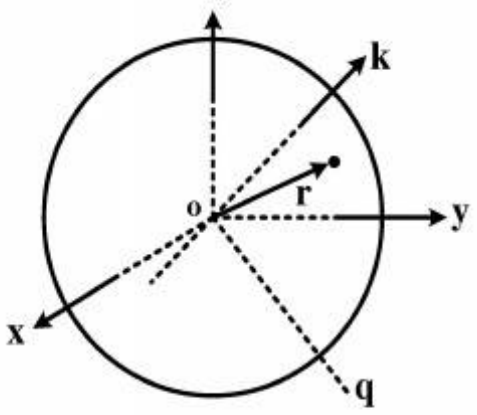
۱) $\frac{1}{2}I_2\dot{\varphi}^2+\frac{1}{2}I_1\dot{\varphi}^2+\frac{1}{2}m_0[r^2\dot{\varphi}^2+\dot{r}^2]+m_1g(r-L)$

۲) $\frac{1}{2}I_1\dot{\varphi}^2+\frac{1}{2}m_1[(r-L)^2\dot{\varphi}^2+\dot{r}^2]+\frac{1}{2}m_0r^2\dot{\varphi}^2+m_1g(r-L)\sin\varphi-m_0g\sin\varphi$

۳) $\frac{1}{2}I_2\dot{\varphi}^2+\frac{1}{2}I_1\dot{\varphi}^2+\frac{1}{2}m_1[(r-L)^2\dot{\varphi}^2+\dot{r}^2]+\frac{1}{2}m_0[r^2\dot{\varphi}^2+\dot{r}^2]+m_1g(r-L)\sin\varphi+m_0gr\sin\varphi$

۴) $\frac{1}{2}I_2\dot{\varphi}^2+\frac{1}{2}I_1\dot{\varphi}^2+\frac{1}{2}m_1[(r-L)^2\dot{\varphi}^2\sin\varphi^2+\dot{r}^2]+\frac{1}{2}m_0[r^2\dot{\varphi}^2\sin^2\varphi+\dot{r}^2]+m_1g(r-L)\sin\varphi$

۲۴- در دستگاه کارتزین زیر، با معلوم بودن ماتریس ممان اینرسی I و کسینوس‌های هادی محورهای k و q، به‌ترتیب (l,m,n) و (l′,m′,n′) مقدار I_{kq} کدام است؟



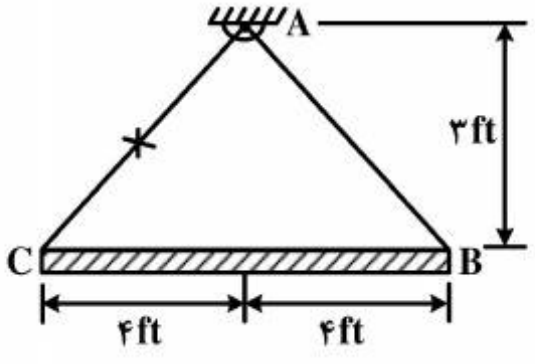
۱) $ll'I_{xx}+mm'I_{yy}+nn'I_{zz}+lm'I_{xy}+n'lI_{xz}+mn'I_{yz}$

۲) $-ll'I_{xx}-mm'I_{yy}-nn'I_{zz}+l'mI_{xy}+nl'I_{xz}+nm'I_{yz}$

۳) $ll'I_{xx}+mm'I_{yy}+nn'I_{zz}+(lm'+l'm)I_{xy}+(n'l+nl')I_{xz}+(mn'+nm')I_{yz}$

۴) $-ll'I_{xx}-mm'I_{yy}-nn'I_{zz}+(lm'+l'm)I_{xy}+(n'l+nl')I_{xz}+(mn'+nm')I_{yz}$

۲۵- یک میله باریک و یکنواخت ۱۵۰ پوندی، توسط دو طناب AB و AC، مطابق شکل زیر، آویخته شده است. چنانچه طناب AC ناگهان پاره شود، نیروی کشش طناب AB و شتاب زاویه‌ای اولیه میله، به‌ترتیب چند Lb و چند $\frac{rad}{s^2}$ هستند؟



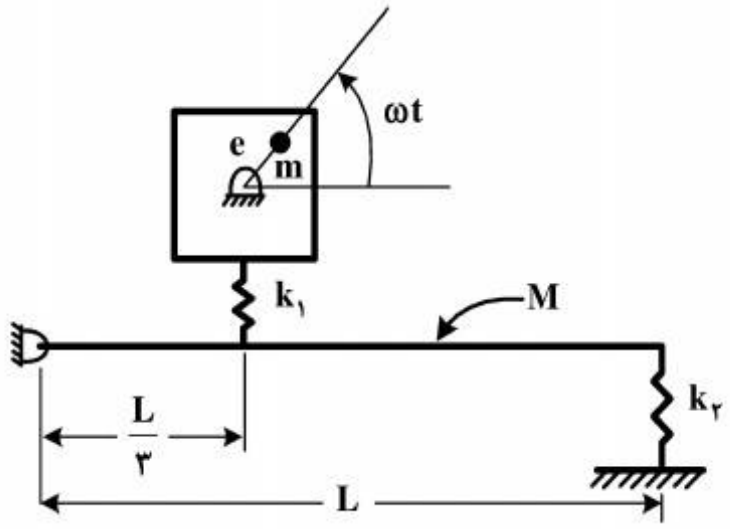
۱) ۲۵ ، ۲/۵

۲) ۴۳/۳ ، ۴/۱۸

۳) ۴۸/۳ ، ۸/۵

۴) ۶۲/۵ ، ۱۲/۳۸

۲۶- در سیستمی مطابق شکل زیر، مقدار $k_۲$ برای اینکه ماشین سوار شده روی میله ایزوله شود، کدام است؟



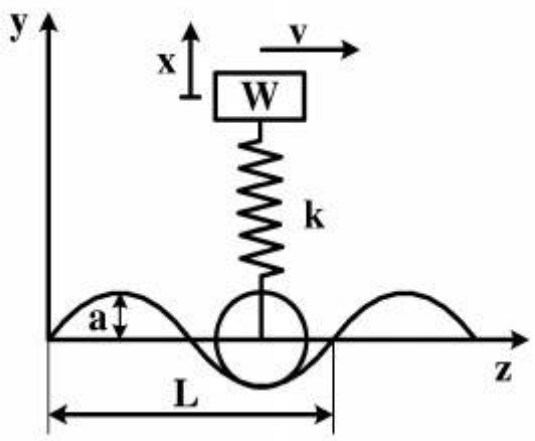
۱) $\frac{۱}{۳}M\omega^۲ - \frac{k_۱}{۹}$

۲) $M\omega^۲ - \frac{k_۱}{۹}$

۳) $\frac{۱}{۹}M\omega^۲ - \frac{k_۱}{۳}$

۴) $\frac{۱}{۳}M\omega^۲ - k_۱$

۲۷- مدل یک درجه آزادی اتومبیل در شکل زیر، با سرعت v بر روی یک مسیر با منحنی سینوسی و با دامنه a حرکت می‌کند. سرعت بحرانی کدام است؟ (W: وزن اتومبیل)



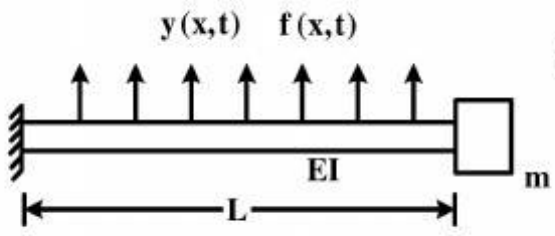
۱) $\frac{L}{\pi}\sqrt{\frac{k.g}{W}}$

۲) $\frac{a}{\pi}\sqrt{\frac{k.g}{W}}$

۳) $\frac{L}{۲\pi}\sqrt{\frac{k.g}{W}}$

۴) $\frac{a}{۲\pi}\sqrt{\frac{k.g}{W}}$

۲۸- معادله ارتعاشی تیر با بارگذاری نشان داده شدهٔ روبرو، کدام است؟ $(۰ < x < L)$



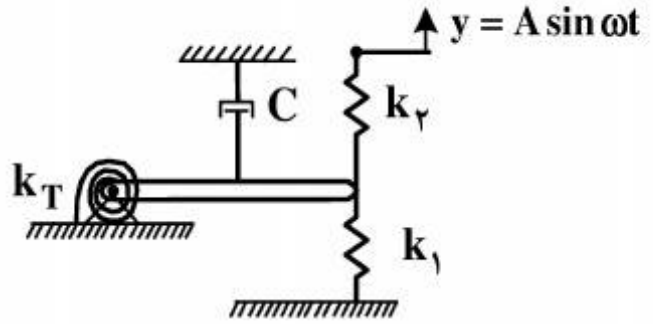
۱) $-\frac{\partial^۲}{\partial x^۲}\left[EI\frac{\partial^۲ y(x,t)}{\partial x^۲}\right] + f(x,t) = m(x)\frac{\partial^۲ y(x,t)}{\partial t^۲}$

۲) $\frac{\partial^۲}{\partial x^۲}\left[EI\frac{\partial^۲ y(x,t)}{\partial x^۲}\right] + f(x,t) = m(x)\frac{\partial^۲ y(x,t)}{\partial t^۲}$

۳) $\frac{\partial^۲}{\partial x^۲}\left[EI\frac{\partial^۲ y(x,t)}{\partial x^۲}\right] + f(x,t) = m(x)\frac{\partial y(x,t)}{\partial t}$

۴) $-\frac{\partial^۲}{\partial x^۲}\left[EI\frac{\partial^۲ y(x,t)}{\partial x^۲}\right] + f(x,t) = m(x)\frac{\partial y(x,t)}{\partial t}$

۲۹- دامنه و فاز پاسخ ماندگار میله صلب شکل زیر، به جرم **m** و طول **l**، در برابر حرکت سینوسی انتهای آزاد فنر $k_۲$ کدام است؟ (میراکننده لزج **C** در وسط میله قرار گرفته و میله همگن است.)



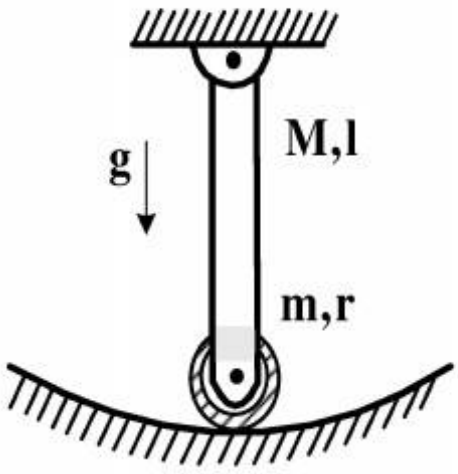
۱) $x = A \quad و \quad \phi = \frac{\pi}{۲}$

۲) $x = \frac{Ak_۲}{\sqrt{(k_T + k_۱ + k_۲ - m\omega^۲)^۲ + (C\omega)^۲}} \quad و \quad \phi = \tan^{-۱} \frac{C\omega}{(k_T + k_۱ + k_۲ - m\omega^۲)}$

۳) $x = \frac{k_۲ lA}{\sqrt{(k_T + k_۱ l^۲ + k_۲ l^۲ - \frac{ml^۲}{۱۲}\omega^۲)^۲ + (\frac{Cl^۲}{۴}\omega)^۲}} , \phi = \tan^{-۱} \frac{\frac{Cl^۲}{۴}\omega}{(k_T + k_۱ l^۲ + k_۲ l^۲) - \frac{ml^۲}{۱۲}\omega^۲}$

۴) $x = \frac{k_۲ lA}{\sqrt{(k_T + k_۱ l^۲ + k_۲ l^۲ - \frac{ml^۲}{۳}\omega^۲)^۲ + (\frac{Cl^۲}{۴}\omega)^۲}} , \phi = \tan^{-۱}\{\frac{\frac{Cl^۲}{۴}\omega}{[(k_T + k_۱ l^۲ + k_۲ l^۲) - \frac{ml^۲}{۳}\omega^۲]}\}$

۳۰- فرکانس نوسانات آزاد با دامنه کوچک سیستم زیر، با فرض غلتش خالص دیسک همگن به جرم **m** و شعاع **r** بر روی سطح داخلی سیلندر کدام است؟ (میله صلب و یکنواخت بوده و جرم و طول آن، به‌ترتیب **M** و **l** و تمام اتصالات لولا هستند.)



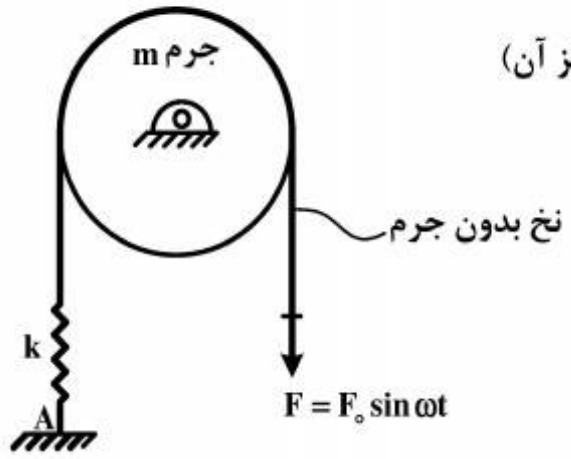
۱) $\sqrt{\frac{g}{l}}$

۲) $\sqrt{\frac{(M+m)g}{(\frac{M}{۳}+\frac{m}{۲})l}}$

۳) $\sqrt{\frac{(\frac{M}{۲}+m)g}{(\frac{M}{۳}+m)l}}$

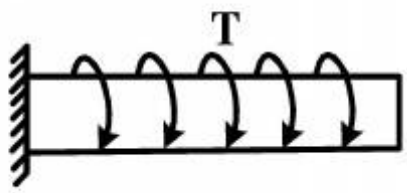
۴) $\sqrt{\frac{(\frac{M}{۲}+m)g}{(\frac{M}{۳}+\frac{۳m}{۲})l}}$

۳۱- نیروی هارمونیک مطابق شکل زیر، به نخ بدون جرم و غیرکشسان که روی دیسک غلتش ناب دارد، وارد می‌شود. اگر فرکانس تحریک $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ باشد، دامنه نیروی وارد بر زمین در A چقدر است؟ (R = شعاع و m = جرم دیسک و $\frac{1}{2}mR^2$ = ممان اینرسی دیسک حول مرکز آن)



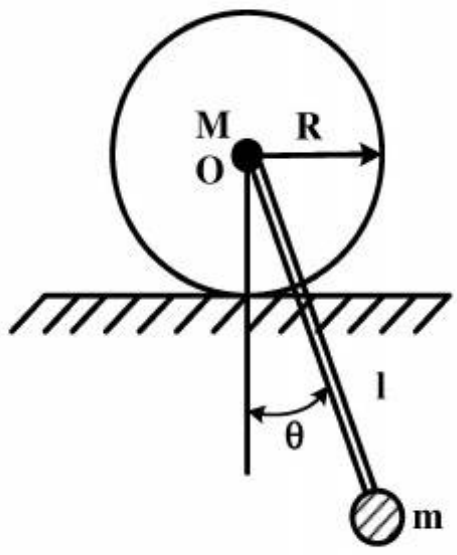
۱) صفر
۲) $F_\circ$
۳) $2F_\circ$
۴) بی‌نهایت

۳۲- معادله ارتعاش پیچشی میله شکل زیر، کدام است؟ (ρ = چگالی، G = مدول برشی و J = ممان قطبی سطح مقطع)



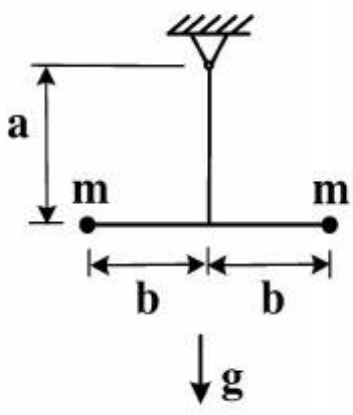
۱) $\rho J\ddot{\theta} - JG\theta' = T(x,t)$
۲) $\rho J\ddot{\theta} - JG\theta'' = T(x,t)$
۳) $\rho J\dot{\theta} + JG\theta'' = T(x,t)$
۴) $\rho J\ddot{\theta} + JG\theta'' = T(x,t)$

۳۳- فرکانس طبیعی f_n سیستم زیر، شامل یک دیسک به جرم M که در نقطه o، میله بدون جرمی به طول l به آن جوش خورده و در انتهای میله، گلوله m با ابعاد کوچک به آن وصل شده، کدام است؟ (زاویه θ، کوچک و ممان اینرسی دیسک حول نقطه o، I_o فرض شود.)



۱) $\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{mgl^2}{I_o + MR^2 - m(l+R)^2}}$
۲) $\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{mgl}{I_o + MR^2 + m(l-R)^2}}$
۳) $\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{mgl}{I_o + M(R-l)^2}}$
۴) $\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{mgl}{I_o + MR^2 + ml^2}}$

۳۴- مجذور فرکانس طبیعی سیستم نشان داده شدهٔ زیر، بدون درنظر گرفتن جرم میله، کدام است؟



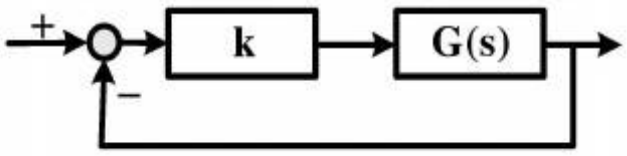
۱) $\frac{g}{a}$
۲) $\frac{g}{(a+b)}$
۳) $\frac{ga}{(a+b)^2}$
۴) $\frac{ga}{(a^2+b^2)}$

۳۵- در ارتعاشات اجباری تحت محرک هارمونیک برای یک سیستم جرم ـ فنر ـ میراکننده لزجی یک درجه آزادی، نسبت دامنه دینامیکی پاسخ به دامنه استاتیکی آن، کوچک‌تر از یک و فرکانس تحریک، کوچک‌تر از فرکانس طبیعی سیستم است. کدام مورد، در خصوص نسبت میرایی این سیستم (ζ) امکان‌پذیر است؟

۱) $\zeta > ۰/۷$ ۲) $\zeta < ۰/۴$

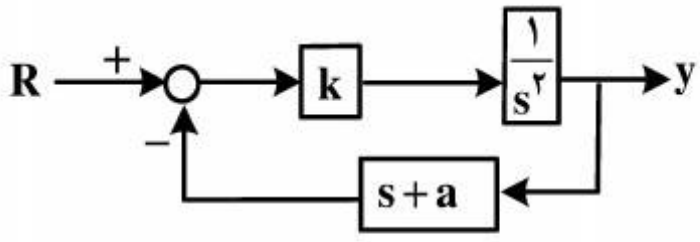
۳) $\zeta < ۰/۳$ ۴) $\zeta > ۰/۱$

۳۶- چنانچه در سیستم کنترلی نشان داده شدهٔ زیر، حد فاز و حد بهره سیستم محدود باشد، با تغییر ضریب k، کدام‌یک از موارد زیر، اتفاق می‌افتد؟



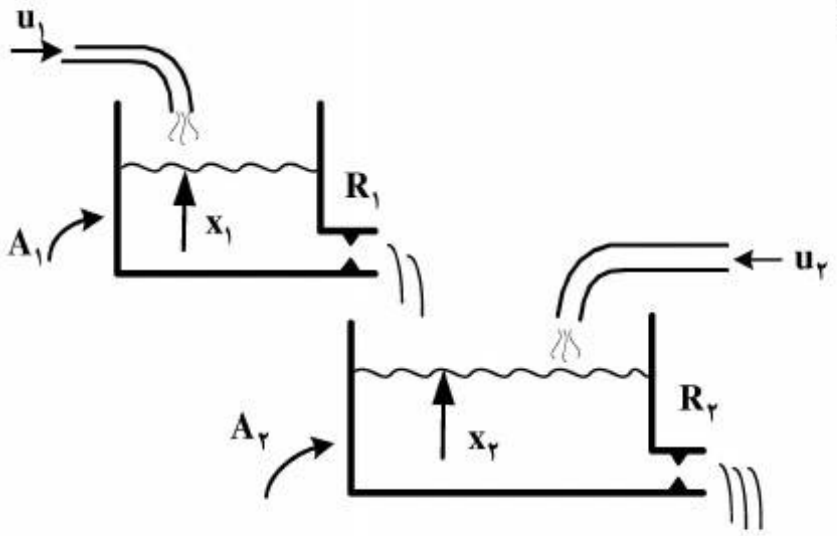
۱) تنها حد فاز سیستم تغییر می‌کند.
۲) تنها حد بهره سیستم تغییر می‌کند.
۳) هم حد فاز و هم حد بهره سیستم تغییر می‌کند.
۴) هیچ تغییری در حد فاز و حد بهره سیستم رخ نمی‌دهد.

۳۷- مقادیر k و a در سیستم زیر، چقدر باشند تا قطب‌های تابع تبدیل حلقه بسته، در $s = -۱ \pm j$ قرار گیرند؟



۱) $k = ۱$ و $a = ۱$
۲) $k = ۱$ و $a = ۲$
۳) $k = ۲$ و $a = ۱$
۴) $k = ۳$ و $a = ۱$

۳۸- برای سیستم مخازن مرتبط شکل زیر، متغیرهای حالت: $x_۱$ و $x_۲$ و ورودی‌ها: دبی‌های $u_۱$ و $u_۲$ و خروجی سیستم ($y = Q_۲$): دبی تخلیه شده از مخزن دوم است. رفتار سیستم حول نقطه تعادل، خطی شده و مقاومت‌ها خطی هستند ($A_۱ = A_۲ = R_۱ = ۱ , R_۲ = ۰/۵$). ماتریس‌های A، B و C در معادلات فضای حالت سیستم کدامند؟



۱) $A = \begin{bmatrix} -۱ & ۰ \\ ۱ & -۲ \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} ۰ \\ ۱ \end{bmatrix}$ ، $C = \begin{bmatrix} ۱ & ۰ \end{bmatrix}$

۲) $A = \begin{bmatrix} -۱ & ۰ \\ ۱ & ۲ \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} ۱ \\ ۰ \end{bmatrix}$ ، $C = \begin{bmatrix} ۰ & ۲ \end{bmatrix}$

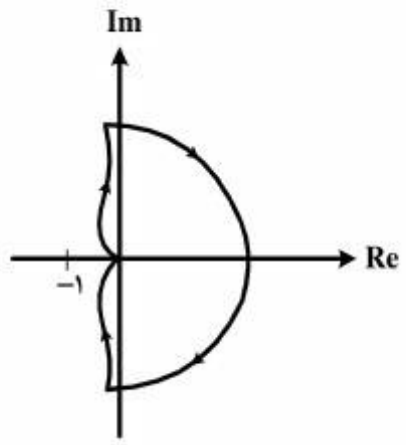
۳) $A = \begin{bmatrix} -۱ & ۰ \\ ۱ & ۲ \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} ۱ & ۰ \\ ۰ & ۱ \end{bmatrix}$ ، $C = \begin{bmatrix} ۰ & ۱ \end{bmatrix}$

۴) $A = \begin{bmatrix} -۱ & ۰ \\ ۱ & -۲ \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} ۱ & ۰ \\ ۰ & ۱ \end{bmatrix}$ ، $C = \begin{bmatrix} ۰ & ۲ \end{bmatrix}$

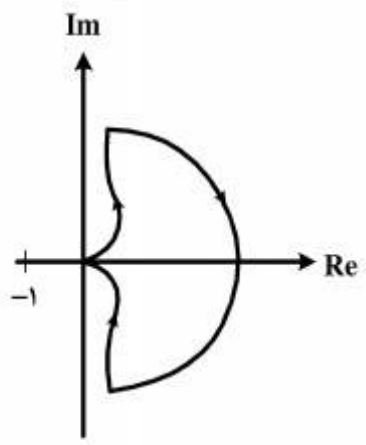
۳۹- **تابع تبدیل مداربازِ یک سیستم با فیدبک منفی، به صورت زیر است. کدام مورد، در خصوص پایداری و نمودار نایکوئیست سیستم، صحیح است؟**

$$G(s)H(s)=\frac{۵}{s(۱-s)}$$

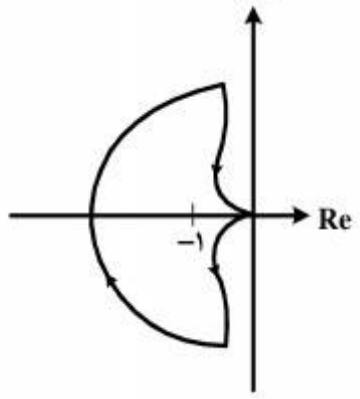
۱) سیستم مداربسته پایدار است. نمودار نایکوئیست:



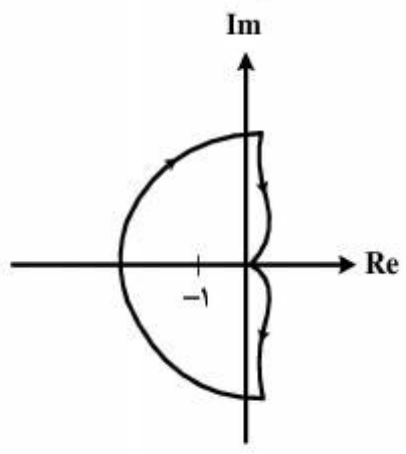
۲) سیستم مداربسته ناپایدار است و یک قطب سمت راست صفحه دارد. نمودار نایکوئیست:



۳) سیستم مداربسته ناپایدار است و سه قطب سمت راست صفحه دارد. نمودار نایکوئیست:



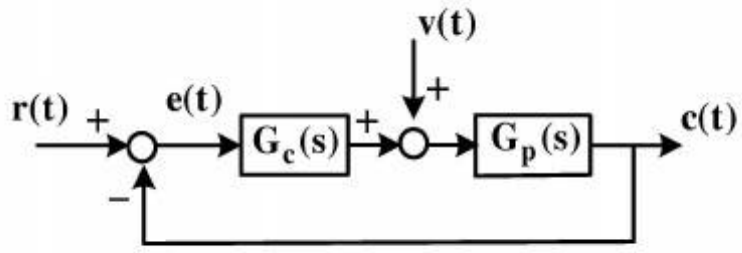
۴) سیستم مداربسته ناپایدار است و دو قطب سمت راست صفحه دارد. نمودار نایکوئیست:



۴۰- **تابع تبدیل حلقه‌باز سیستمی، $G(s)=\frac{s+۱}{s^۲+s+۴}$ است. حاشیه بهره سیستم، چند dB می‌باشد؟**

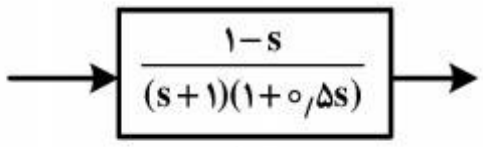
۱) ۳−
۲) ۲
۳) ۳
۴) بی‌نهایت

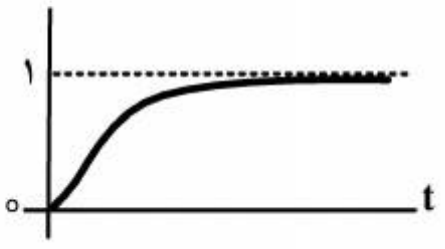
۴۱- در سیستم شکل زیر، برای آنکه به ازای $r(t)=0$ و $v(t)$ برابر پله‌ای واحد، خطای حالت ماندگار $\lim_{t\to\infty} e(t)$ مساوی صفر شود، کدام مورد صحیح است؟

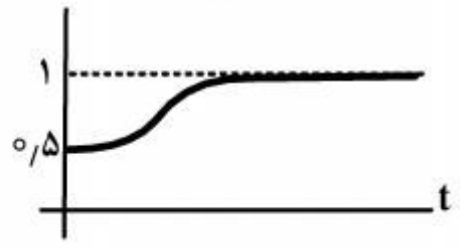


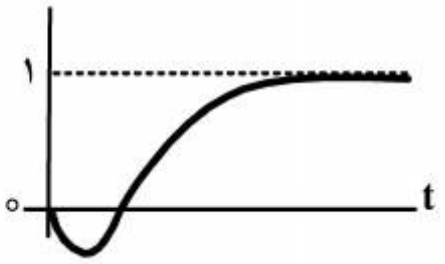
۱) $G_c(s)$ باید دارای انتگرال‌گیرنده باشد.
۲) $G_p(s)$ باید دارای انتگرال‌گیرنده باشد.
۳) هر دو تابع تبدیل $G_p(s)$ و $G_c(s)$ باید دارای انتگرال‌گیرنده باشند.
۴) کافی است یکی از دو تابع تبدیل $G_p(s)$ یا $G_c(s)$ دارای انتگرال‌گیرنده باشد.

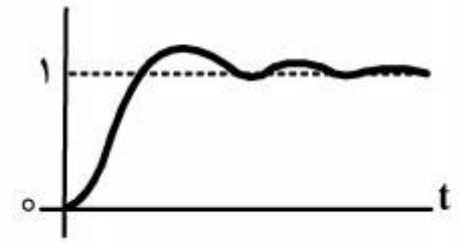
۴۲- عکس‌العمل سیستم شکل روبرو، به ورودی پله‌ای واحد، کدام است؟



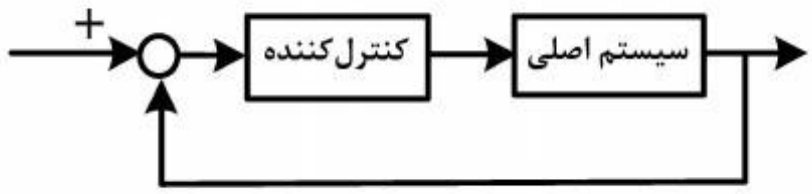
۱)


۲)


۳)


۴)


۴۳- در سیستم مداربستهٔ زیر، کدام مورد صحیح است؟

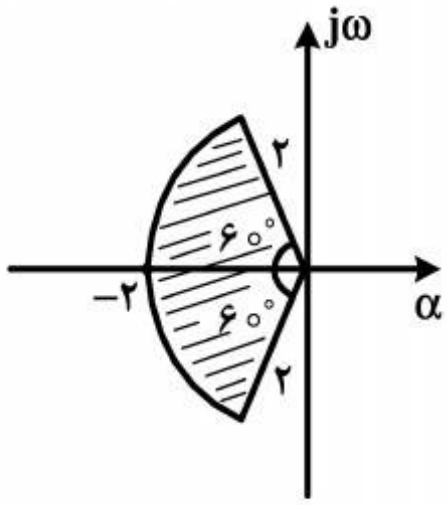


۱) سیستم مداربسته با کنترل‌کننده تناسبی + انتگرالی، در مقایسه با تناسبی تنها، پایدارتر است.
۲) سرعت عکس‌العمل سیستم با کنترل‌کننده تناسبی، بیشتر از کنترل‌کننده تناسبی + مشتق‌گیر است.
۳) سیستم مداربسته با کنترل‌کننده تناسبی، پایدارتر از همان سیستم با کنترل‌کننده تناسبی + مشتق‌گیر است.
۴) سیستم مداربسته با کنترل‌کننده تناسبی + مشتق‌گیر، پایدارتر از کنترل‌کننده تناسبی + انتگرال‌گیر + مشتق‌گیر است.

۴۴- تابع تبدیل حلقه‌باز سیستمی $G(s)H(S)=\frac{s^3+2s^2+2s+1}{s^4+2s^3+5s^2+8s+16}$ است. جهت پایداری سیستم، مقدار بهره باید به‌گونه‌ای انتخاب شود که نمودار نایکوئیست نقطهٔ $-1+0j$ را ..... .

۱) دور نزند.
۲) دوبار در جهت پادساعتگرد دور بزند.
۳) یک‌بار در جهت پادساعتگرد دور بزند.
۴) دوبار در جهت ساعتگرد دور بزند.

۴۵- ناحیه هاشورخورده در شکل زیر، کدام محدوده‌ها را برای مشخصات عملکردی یک سیستم مرتبه دوم نشان می‌دهد؟



۱) $\omega_n \leq ۲$ ، $\zeta \geq ۰/۵$

۲) $\omega_n \geq ۲$ ، $\zeta \geq ۰/۵$

۳) $\omega_n \leq ۲$ ، $\zeta \leq ۰/۵$

۴) $\omega_n \geq ۲$ ، $\zeta \leq ۰/۵$