

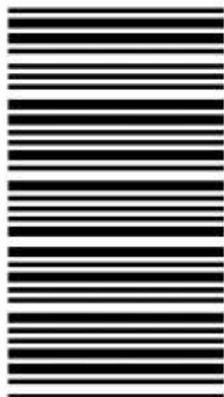
269

F

نام:

نام خانوادگی:

محل امضاء:



269F

صبح جمعه

۹۳/۱۲/۱۵

دفترچه شماره ۱ از ۲



جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
سازمان سنجش آموزش کشور

اگر دانشگاه اصلاح شود، مملکت اصلاح می‌شود.

امام خمینی (ره)

آزمون ورودی
دوره‌های دکتری (نیمه‌متمرکز) داخل
سال ۱۳۹۴

رشته مهندسی مکانیک - سازه و بدنه - کدرشته ۲۳۲۷

مدت پاسخگویی: ۱۵۰ دقیقه

تعداد سوال: ۴۵

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سوال‌ها

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سوال	از شماره	تا شماره	ضریب
۱	مجموعه دروس تخصصی (ریاضیات مهندسی، طراحی و تحلیل سازه و بدنه خودرو، ارتعاشات پیشرفته)	۴۵	۱	۴۵	۴

این آزمون نمره منفی دارد.

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

اسفندماه - سال ۱۳۹۳

حق چاپ، تکثیر و انتشار سوالات به هر روش (الکترونیکی و ...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

مجموعه دروس تخصصی (ریاضیات مهندسی، طراحی و تحلیل سازه و بدنه خودرو، ارتعاشات پیشرفته):

۱- برای توابع ویژه و مقادیر ویژه مسئله روبرو، کدام گزینه صحیح است؟

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0 \\ y(\pi) = y'(\pi) \end{cases}$$

(۱) $y_n(x) = \sin(\alpha_n x)$ با شرط $\tan(\alpha_n \pi) = 2\alpha_n$ ، $n = 0, 1, 2, 3, \dots$

(۲) $y_n(x) = \sin(\alpha_n x)$ با شرط $\tan(\alpha_n \pi) = \alpha_n$ ، $n = 0, 1, 2, 3, \dots$

(۳) $y_n(x) = \sin(\alpha_n x)$ با شرط $\tan(\alpha_n) = \alpha_n$ ، $n = 0, 1, 2, 3, \dots$

(۴) $y_n(x) = \sin(\alpha_n x)$ با شرط $\cot(\alpha_n \pi) = \alpha_n$ ، $n = 0, 1, 2, 3, \dots$

۲- پاسخ کراندار $w(x, t)$ مسئله مقدار اولیه کرانه‌ای زیر، کدام است؟

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} & , x > 0, t > 0 \\ w(x, 0) = \frac{\partial w(x, 0)}{\partial t} = 0 & , x \geq 0 \\ \frac{\partial w(0, t)}{\partial x} = \cos t & , t \geq 0 \end{cases}$$

(۱) $-\frac{1}{2} \sin\left(\frac{t-x}{2}\right) u(t-x)$ ، که در آن، u تابع پله واحد است.

(۲) $-\frac{1}{2} \sin(2t - 2x) u(t-x)$ ، که در آن، u تابع پله واحد است.

(۳) $-\sin(t-x) u(t-x)$ ، که در آن، u تابع پله واحد است.

(۴) پاسخ کراندار ندارد.

۳- یک راه حل مسئله مقدار اولیه کرانه‌ای (یا مرزی) به صورت زیر:

$$\begin{cases} u_{tt} - a^2 u_{xx} = f(x, t) & , 0 < x < L, t > 0 \\ u(x, 0) = g(x), u_t(x, 0) = h(x) \\ u(0, t) = 0 = u(L, t) & , t > 0 \end{cases}$$

(f و g و h توابع تکه‌ای هموار داده شده‌اند) آن است که شرایط اولیه داده شده و توابع f (معلوم) و u

(مجهول) را بر حسب یک پایه متعامد مناسب $\{\phi_k(x)\}_{k=1}^{\infty}$ ، به صورت زیر بسط دهیم:

$$u(x, t) = \sum_{k=1}^{\infty} u_k(t) \phi_k(x) , f(x, t) = \sum_{k=1}^{\infty} f_k(t) \phi_k(x) , g(x) = \sum_{k=1}^{\infty} g_k \phi_k(x) , h(x) = \sum_{k=1}^{\infty} h_k \phi_k(x)$$

و سپس با قرار دادن این کاندیدها در معادلات مسئله داده شده، مجهولات $u_k(t)$ را بیابیم. در این صورت

پایه متعامد $\{\phi_k(x)\}_{k=1}^{\infty}$ ، کدام است؟

$$\left\{ \cos \frac{k\pi x}{L} \right\}_{k=0}^{\infty} \quad (۲) \qquad \left\{ \sin \frac{k\pi x}{L} \right\}_{k=1}^{\infty} \quad (۱)$$

$$\left\{ \cos \frac{(2k-1)\pi x}{2L} \right\}_{k=1}^{\infty} \quad (۴) \qquad \left\{ \sin \frac{(2k-1)\pi x}{2L} \right\}_{k=1}^{\infty} \quad (۳)$$

۴- سری فوریه سینوسی نیم‌دامنه تابع $f(x) = x \sin x$ ، $0 \leq x \leq \pi$ ، کدام است؟

$$\sum_{m=1}^{\infty} \frac{-16m}{\pi(2m-1)^2(2m+1)^2} \sin(2mx) \quad (1)$$

$$\frac{\pi}{2} \sin x + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{-8m}{\pi(2m-1)^2(2m+1)^2} \sin(2mx) \quad (2)$$

$$\frac{\pi}{2} \sin x + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{-16m}{\pi(2m-1)^2(2m+1)^2} \sin(2mx) \quad (3)$$

$$\frac{\pi}{2} \sin x + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{-16m}{\pi(2m-1)^2(2m+1)^2} \sin(2m-1)x \quad (4)$$

۵- برای تابع $f(x) = x \cos x$ ، $0 < x < \pi$ ، سری فوریه کسینوسی نیم‌دامنه را در نظر می‌گیریم. سه جمله اول این سری، کدام است؟

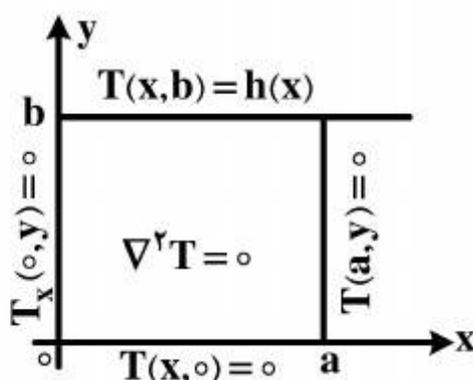
$$-\frac{2}{\pi} + \pi \cos x - \frac{20}{9\pi} \cos 2x \quad (1)$$

$$-\frac{2}{\pi} + \cos x - \frac{20}{9\pi} \cos 2x \quad (2)$$

$$-\frac{2}{\pi} + \frac{\pi}{2} \cos x - \frac{10}{9\pi} \cos 2x \quad (3)$$

$$-\frac{2}{\pi} + \frac{\pi}{2} \cos x - \frac{20}{9\pi} \cos 2x \quad (4)$$

۶- در مسئله مقدار مرزی معادله دیفرانسیل لاپلاس زیر، پایه متعامد بسط تابع $h(x)$ داده شده به سری فوریه، کدام است؟



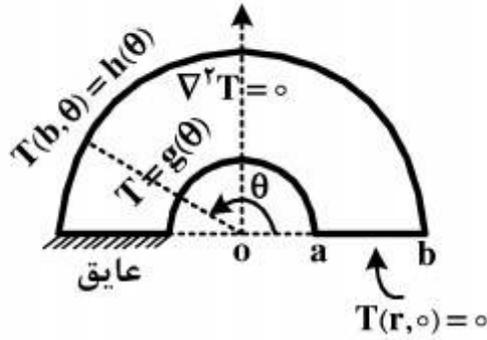
$$\left\{ \cos \frac{k\pi x}{2a} \right\}_{k=1}^{\infty} \quad (1)$$

$$\left\{ \cos \frac{(2k-1)\pi x}{2a} \right\}_{k=1}^{\infty} \quad (2)$$

$$\left\{ \sin \frac{(2k-1)\pi x}{2a} \right\}_{k=1}^{\infty} \quad (3)$$

$$\left\{ \frac{1}{2}, \cos \frac{\pi x}{a}, \cos \frac{2\pi x}{a}, \dots, \cos \frac{k\pi x}{a}, \dots \right\} \quad (4)$$

۷- برای مسئله مقدار مرزی زیر، در مورد معادله دیفرانسیل لاپلاس در داخل یک نیم‌طوق، کاندید جواب به کدام صورت است؟



$$T(r, \theta) = \sum_{k=1}^{\infty} A_k r^k \sin(k\theta) \quad (۱)$$

$$T(r, \theta) = \sum_{k=1}^{\infty} (A_k r^k + B_k r^{-k}) \sin\left(\frac{r^{k-1}}{r}\right) \theta \quad (۲)$$

$$\alpha_k = \left(\frac{r^{k-1}}{r}\right), T(r, \theta) = \sum_{k=1}^{\infty} A_k r^{\alpha_k} \sin\left(\frac{r^{k-1}}{r}\right) \theta \quad (۳)$$

$$\alpha_k = \left(\frac{r^{k-1}}{r}\right), T(r, \theta) = \sum_{k=1}^{\infty} (A_k r^{\alpha_k} + B_k r^{-\alpha_k}) \sin\left(\frac{r^{k-1}}{r}\right) \theta \quad (۴)$$

۸- در معادله رویه مینیمال $(1 + u_x^2)u_{yy} - uu_x u_y u_{xy} + (1 + u_y^2)u_{xx} = 0$ ، جواب‌هایی به صورت $u(x, y) = F(x) + G(y)$ کدام هستند؟

$$u(x, y) = \frac{-1}{c} \ln \cos(cx + c_1) + c_2 + \frac{1}{c} \ln \cos(-cy + d_1) + d_2 \quad (۱)$$

$$u(x, y) = \frac{1}{c} \ln \cos(cx + c_1) + c_2 + \frac{1}{c} \ln \cos(-cy + d_1) + d_2 \quad (۲)$$

$$u(x, y) = \frac{-1}{c} \ln \cos(cx + c_1) + c_2 + \frac{1}{c} \ln \cos(cy + d_1) + d_2 \quad (۳)$$

$$u(x, y) = \frac{1}{c} \ln \cos(cx + c_1) + c_2 + \frac{1}{c} \ln \cos(cy + d_1) + d_2 \quad (۴)$$

۹- با فرض اینکه، جواب مسئله مقدار اولیه $\begin{cases} u_t - u_{xx} = 0 \\ u(x, 0) = \phi(x) \end{cases}$ ($-\infty < x < \infty$ و ϕ تابع معلوم)، به صورت

$$u(x, t) = \frac{1}{\sqrt{\pi t}} \int_{-\infty}^{\infty} \phi(\zeta) e^{-\frac{(x-\zeta)^2}{4t}} d\zeta$$

در حالت خاصی که شرط اولیه به صورت

$$\phi(x) = \begin{cases} T_1, & x > 0 \\ T_2, & x < 0 \end{cases}$$

باشد، آنگاه کدام مورد، صحیح است؟

$$u(x, t) = \frac{T_1 + T_2}{2} + \frac{T_1 - T_2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\frac{x}{\sqrt{4t}}} e^{-\alpha^2} d\alpha \quad (۱)$$

$$u(x, t) = \frac{T_1 - T_2}{2} + \frac{T_1 + T_2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\frac{x}{\sqrt{4t}}} e^{-\alpha^2} d\alpha \quad (۲)$$

$$u(x, t) = (T_1 - T_2) \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\frac{x}{\sqrt{4t}}} e^{-\alpha^2} d\alpha \right) \quad (۳)$$

$$u(x, t) = (T_1 + T_2) \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\frac{x}{\sqrt{4t}}} e^{-\alpha^2} d\alpha \right) \quad (۴)$$

۱۰- مقدار انتگرال $I = \int_0^{\infty} \frac{(\text{Ln}x)^2}{1+x^2} dx$ ، کدام است؟

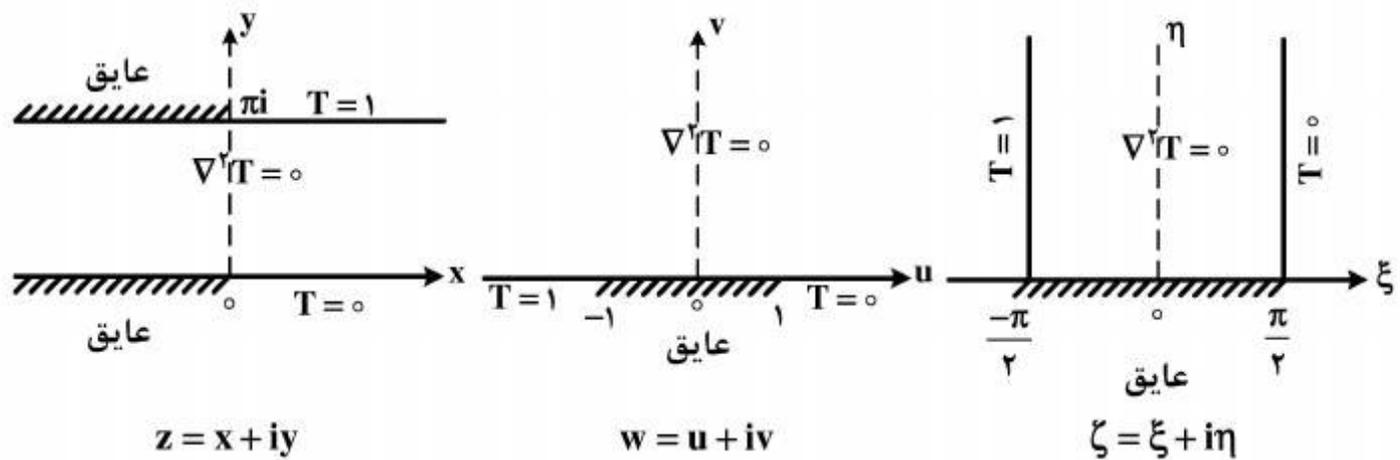
(۱) $\frac{\pi^2}{16}$

(۲) $\frac{\pi^2}{8}$

(۳) $\frac{\pi^2}{4}$

(۴) $\frac{\pi^2}{8} + \frac{\pi^2}{4}$

۱۱- سه مسئله مقدار مرزی زیر، برای معادله دیفرانسیل لاپلاس داده شده‌اند. جواب کراندار در نیمه نوار قائم و دو نگاهت مناسب از صفحه ζ به صفحه w و سپس از صفحه w به صفحه z ، که جواب‌های کراندار دو مسئله مقدار مرزی دیگر را بدهند، کدامند؟



(۱) $z = e^w, w = \sin \zeta, T(\xi, \eta) = \frac{1}{\pi} (\frac{\pi}{2} - \xi)$

(۲) $w = \text{Log} z, \zeta = \sin w, T(\xi, \eta) = \frac{1}{\pi} (\xi - \frac{\pi}{2})$

(۳) $w = \text{Log} z, w = \sin \zeta, T(\xi, \eta) = \frac{1}{\pi} (\frac{\pi}{2} - \xi)$

(۴) $z = \text{Log} w, w = \sin \zeta, T(\xi, \eta) = \frac{1}{\pi} (\frac{\pi}{2} - \xi)$

۱۲- با انتگرال‌گیری از تابع مختلط $f(z) = \frac{e^{az}}{1+e^z}$ ($a < 1$ ثابت) روی کرانه مستطیل $|x| < R$,

$0 \leq y \leq 2\pi$ ، در جهت مثلثاتی، و سپس میل دادن $R \rightarrow \infty$ ، مقدار $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{ax}}{1+e^x}$ ، کدام است؟

(۲) $\frac{2\pi}{\sin(\pi a)}$

(۱) $\frac{\pi}{\sin(\pi a)}$

(۴) $\frac{2\pi}{\sinh(\pi a)}$

(۳) $\frac{\pi}{\sinh(\pi a)}$

۱۳- اگر $f(z)$ تابع تام، $|\operatorname{chz} f(z)| \leq 1$ و $f(0) = 2$ ، آنگاه مقدار $f(\ln 2)$ کدام است؟

(۱) صفر

(۲) $\frac{3}{4}$

(۳) ۱

(۴) $\frac{8}{5}$

۱۴- در صورتی که به ازای هر نقطه $z = re^{i\theta}$ در داخل دایره $\zeta = r_0 e^{i\phi}$ ، $0 \leq \phi < 2\pi$ ، داشته باشیم

$$f(re^{i\theta}) = \frac{r_0^2 - r^2}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{f(r_0 e^{i\phi})}{|\zeta - z|^2} d\phi$$

که در آن f در درون و روی دایره مذکور تحلیلی است، و u قسمت

$$u(r, \theta) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} P(r_0, r, \phi - \theta) u(r_0, \phi) d\phi$$

حقیقی f باشد، آنگاه $P(r_0, r, \phi - \theta)$ در این صورت، کدام یک از موارد

زیر، صحیح نیست؟

$$(1) \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} P(r_0, r, \phi - \theta) d\phi = 1$$

$$(2) P(r_0, r, \phi - \theta) = \frac{r_0^2 - r^2}{r_0^2 + 2rr_0 \cos(\phi - \theta) + r^2}$$

(۳) تابع $P(r_0, r, \phi - \theta)$ همیشه مثبت است.

(۴) $P(r_0, r, \phi - \theta)$ تابعی زوج و دوره‌ای (متناوب) از $(\phi - \theta)$ است.

۱۵- در مورد خودالحاق (self Adjoint) بودن معادله دیفرانسیل زیر، کدام عبارت صحیح است؟

$$xy'' + (1-x)y' + ay = 0$$

(۱) با ضرب در x خودالحاق می‌شود.

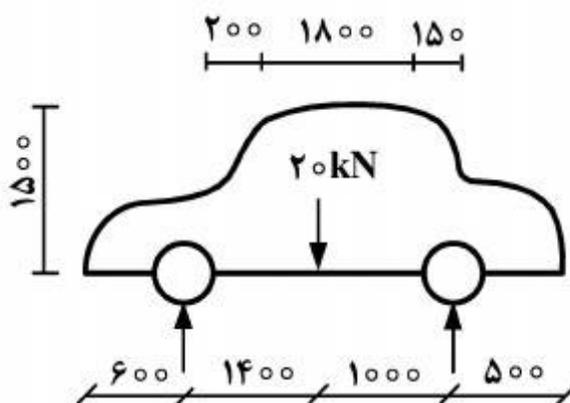
(۲) با ضرب در $\frac{1}{x}$ خودالحاق می‌شود.

(۳) با ضرب در e^{-x} خودالحاق می‌شود.

(۴) خودالحاق است.

۱۶- خودرو شکل زیر، در حال سکون و تحت بارهای استاتیکی قرار دارد. نیرویی که به پانل سقف وارد می‌شود،

چند kN است؟ (ابعاد بر حسب میلی‌متر است.)



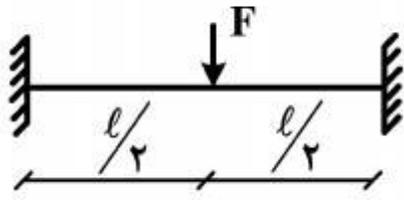
(۱) صفر

(۲) ۱۳/۳۴

(۳) ۱۸/۶۷

(۴) ۳۲

۱۷- در شکل زیر، مقدار نیروی F که باعث فروریزش پلاستیک در تیر می‌شود، چند برابر $\frac{M_p}{l}$ است؟

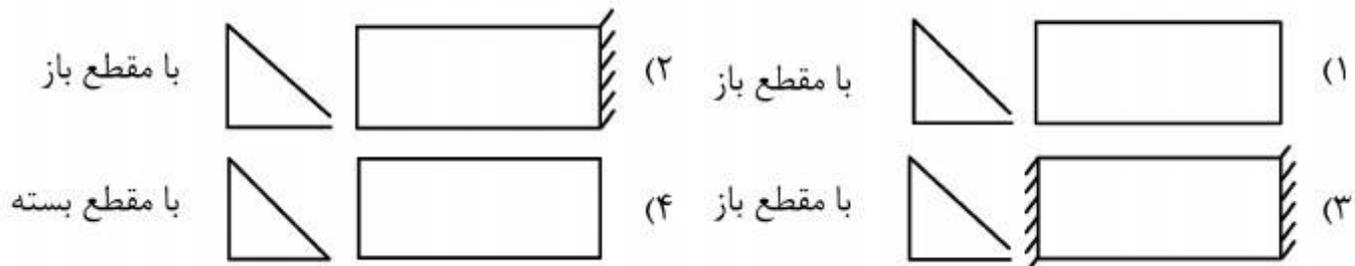


- (۱) ۰/۵
- (۲) ۲
- (۳) ۴
- (۴) ۸

۱۸- در آزمون‌های برخورد از جلو، سرعت خودرو تقریباً چند $\frac{m}{s}$ است؟

- (۱) ۱
- (۲) ۱۰
- (۳) ۳۰
- (۴) ۵۰

۱۹- در هر کدام از موارد زیر، یک عضو تحت پیچش با مقطع مثلثی، با شرایط مرزی مختلف نشان داده شده است. زاویه پیچش در کدام مورد بزرگتر است؟



۲۰- برای اعضای تحت بار محوری، کدام مقطع، مقاومت بیشتری در برابر کمانش دارد؟



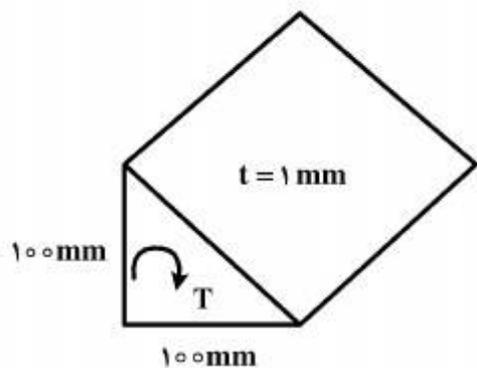
۲۱- سفتی خمشی مطلوب برای بدنه خودرو سواری، تقریباً چند $\frac{N}{mm}$ است؟

- (۱) ۱۰۰
- (۲) ۱۰۰۰
- (۳) ۱۰۰۰۰
- (۴) ۱۰۰۰۰۰

۲۲- گستره مطلوب برای فرکانس خمشی بدنه خودرو سواری، چند هرتز است؟

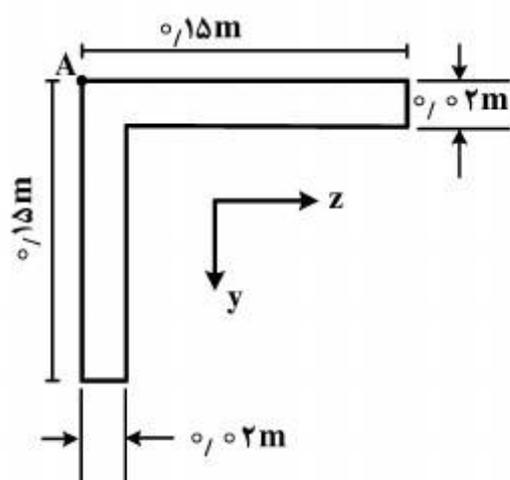
- (۱) ۱۰-۱۵
- (۲) ۱۵-۱۷
- (۳) ۱۹-۲۲
- (۴) ۲۲-۲۵

۲۳- در شکل زیر، زاویه پیچش برای تیر با مقطع مثلث، تحت گشتاور پیچشی $T = 25 \times 10^4 \text{ Nmm}$ ، چند رادیان است؟



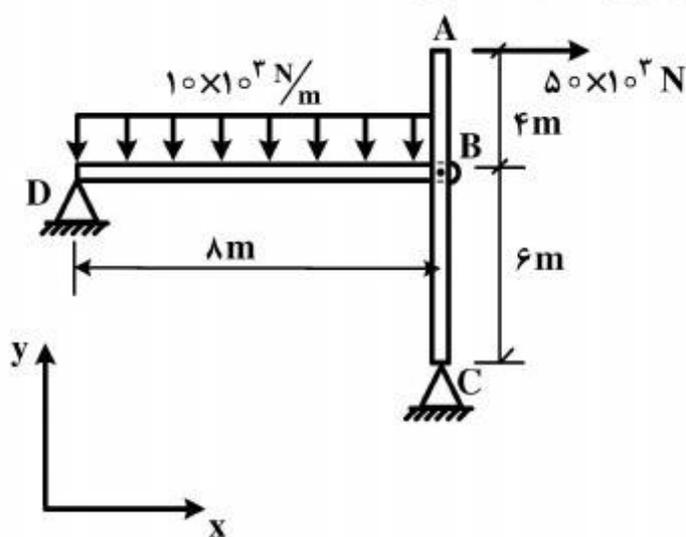
- (۱) $5,47 \times 10^{-2}$
- (۲) $6,9 \times 10^{-2}$
- (۳) $5,47 \times 10^{-3}$
- (۴) $6,9 \times 10^{-3}$

۲۴- نبشی شکل زیر، تحت خمش $M_z = 11000 \text{ N.m}$ قرار دارد. تنش در نقطه A چند MPa است؟



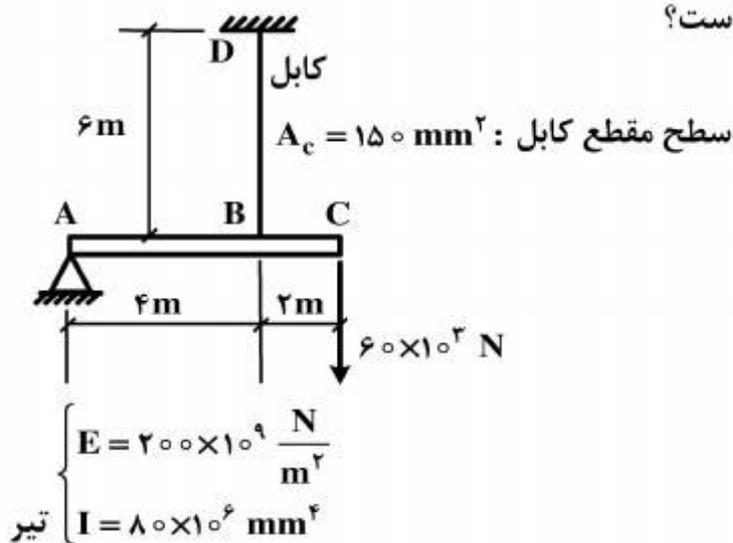
- (۱) ۱۱۴
- (۲) ۱۳۲
- (۳) ۱۵۴
- (۴) ۱۷۲

۲۵- در سازه شکل زیر، عکس‌العمل افقی تکیه‌گاه D، یعنی (R_{Dx}) ، چند نیوتن است؟



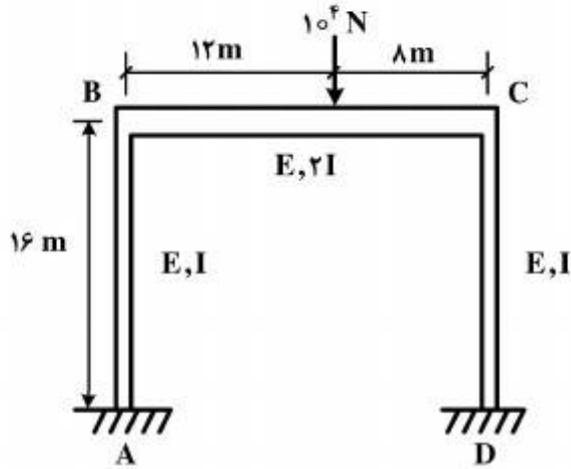
- (۱) ۱۶۶۶۶,۷
- (۲) ۳۳۳۳۳,۳
- (۳) ۶۶۶۶۶,۷
- (۴) ۸۳۳۳۳,۳

۲۶- در سازه شکل زیر، جابه‌جایی قائم نقطه C از تیر که روی تکیه‌گاه مفصلی A قرار داشته و توسط کابل متصل به نقطه B معلق شده است، چند سانتی‌متر است؟



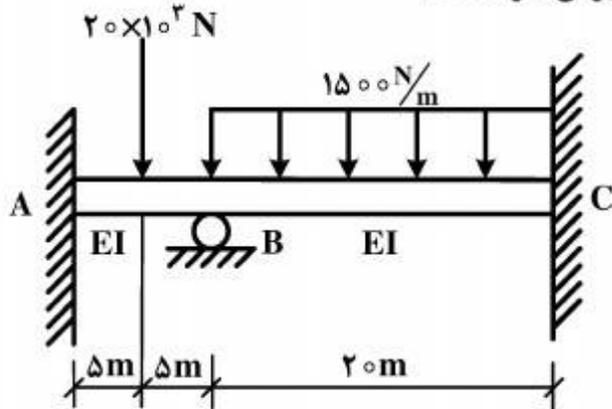
- (۱) ۷,۵
- (۲) ۵,۷
- (۳) ۳,۱
- (۴) ۱,۳

۲۷- در سازه شکل زیر، چنانچه ممان سطح مقطع تیر BC دو برابر ستون‌های جانبی AB و CD باشد، تحت بارگذاری نشان داده شده، عکس‌العمل افقی تکیه‌گاه ستون‌ها، چند نیوتن است؟



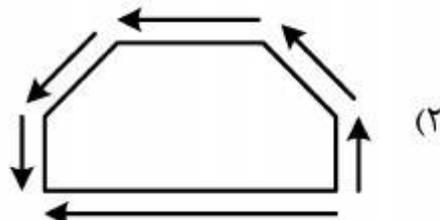
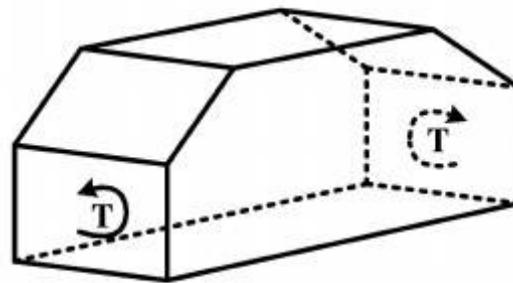
- (۱) ۶۲۵
- (۲) ۱۲۵۰
- (۳) ۲۵۰۰
- (۴) ۵۰۰۰

۲۸- در سازه شکل زیر، اگر ضرایب پخش لنگر در محل تکیه‌گاه B در سمت AB، برابر $\frac{2}{3}$ و در سمت BC، برابر $\frac{1}{3}$ باشد، ممان خمشی تیر در تکیه‌گاه B، چند کیلونیوتن‌متر است؟

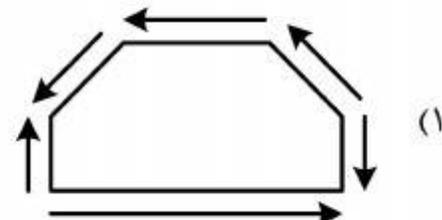


- (۱) ۸,۳۳
- (۲) ۱۶,۶۷
- (۳) ۴۱,۶۷
- (۴) ۵۴,۱۷

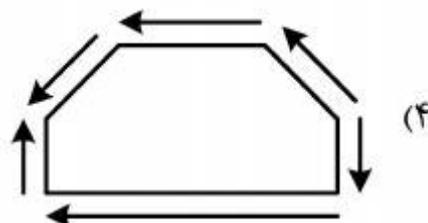
۲۹- در شکل زیر، کابین یک خودرو سواری، تحت گشتاور پیچشی با استفاده از المان‌های ساده‌سازی سطح (SSS)، مدل‌سازی شده است. دیاگرام آزاد صحیح برای پانل جانبی، کدام است؟



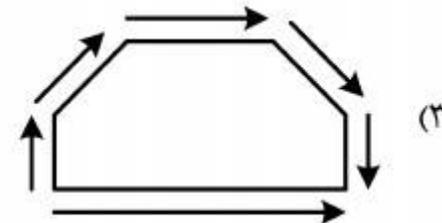
(۲)



(۱)

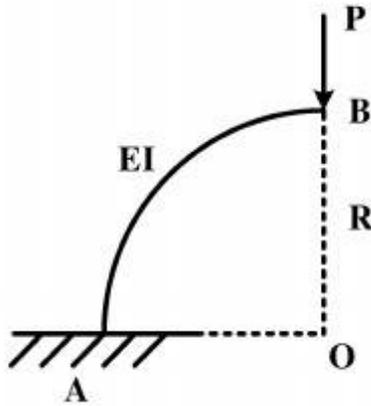


(۴)



(۳)

۳۰- سازه شکل زیر، یک تیر با سختی EI و مقطع ثابت، به صورت $\frac{1}{4}$ دایره به شعاع R است. جابه‌جایی در جهت بار، کدام است؟



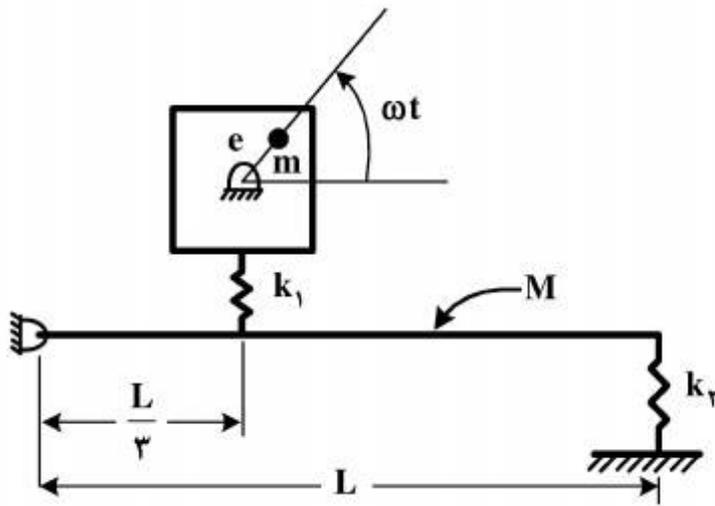
(۱) $\frac{\pi PR^3}{EI}$

(۲) $\frac{\pi PR^3}{2EI}$

(۳) $\frac{\pi PR^3}{3EI}$

(۴) $\frac{\pi PR^3}{4EI}$

۳۱- در سیستمی مطابق شکل زیر، مقدار k_2 برای اینکه ماشین سوار شده روی میله ایزوله شود، کدام است؟



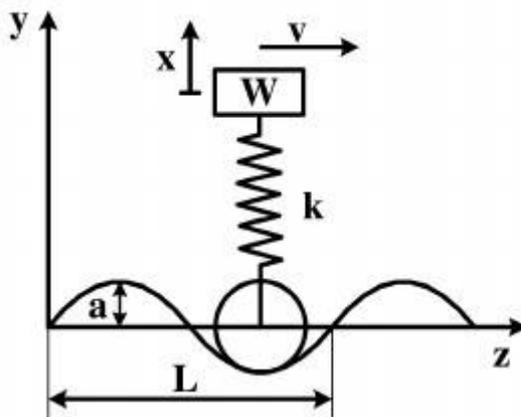
(۱) $\frac{1}{3}M\omega^2 - \frac{k_1}{9}$

(۲) $M\omega^2 - \frac{k_1}{9}$

(۳) $\frac{1}{9}M\omega^2 - \frac{k_1}{3}$

(۴) $\frac{1}{3}M\omega^2 - k_1$

۳۲- مدل یک درجه آزادی اتومبیل در شکل زیر، با سرعت v بر روی یک مسیر با منحنی سینوسی و با دامنه a حرکت می‌کند. سرعت بحرانی کدام است؟ (W : وزن اتومبیل)



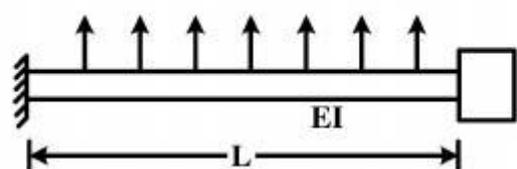
(۱) $\frac{L}{\pi} \sqrt{\frac{k \cdot g}{W}}$

(۲) $\frac{a}{\pi} \sqrt{\frac{k \cdot g}{W}}$

(۳) $\frac{L}{2\pi} \sqrt{\frac{k \cdot g}{W}}$

(۴) $\frac{a}{2\pi} \sqrt{\frac{k \cdot g}{W}}$

۳۳- معادله ارتعاشی تیر با بارگذاری نشان داده شده روبرو، کدام است؟
 $(0 < x < L)$



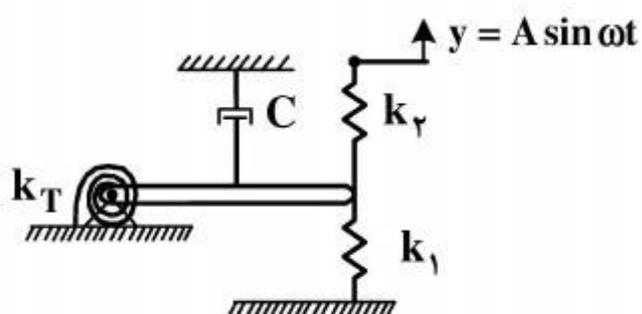
$$-\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[EI \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} \right] + f(x,t) = m(x) \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[EI \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} \right] + f(x,t) = m(x) \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} \quad (2)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[EI \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} \right] + f(x,t) = m(x) \frac{\partial y(x,t)}{\partial t} \quad (3)$$

$$-\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[EI \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} \right] + f(x,t) = m(x) \frac{\partial y(x,t)}{\partial t} \quad (4)$$

۳۴- دامنه و فاز پاسخ ماندگار میله صلب شکل زیر، به جرم m و طول l ، در برابر حرکت سینوسی انتهای آزاد فنر k_T کدام است؟ (میراکننده لزج C در وسط میله قرار گرفته و میله همگن است.)



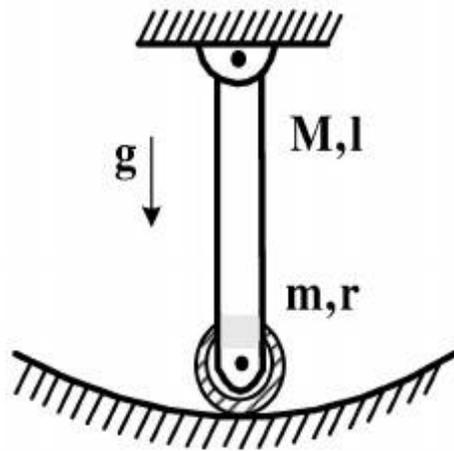
$$x = A \text{ و } \phi = \frac{\pi}{2} \quad (1)$$

$$x = \frac{Ak_T}{\sqrt{(k_T + k_1 + k_r - m\omega^2)^2 + (C\omega)^2}} \text{ و } \phi = \tan^{-1} \frac{C\omega}{(k_T + k_1 + k_r - m\omega^2)} \quad (2)$$

$$x = \frac{k_r l A}{\sqrt{(k_T + k_1 l^2 + k_r l^2 - \frac{ml^2}{12} \omega^2)^2 + (\frac{Cl^2}{4} \omega)^2}}, \phi = \tan^{-1} \frac{\frac{Cl^2}{4} \omega}{(k_T + k_1 l^2 + k_r l^2) - \frac{ml^2}{12} \omega^2} \quad (3)$$

$$x = \frac{k_r l A}{\sqrt{(k_T + k_1 l^2 + k_r l^2 - \frac{ml^2}{3} \omega^2)^2 + (\frac{Cl^2}{4} \omega)^2}}, \phi = \tan^{-1} \left\{ \frac{\frac{Cl^2}{4} \omega}{[(k_T + k_1 l^2 + k_r l^2) - \frac{ml^2}{3} \omega^2]} \right\} \quad (4)$$

۳۵- فرکانس نوسانات آزاد با دامنه کوچک سیستم زیر، با فرض غلتش خالص دیسک همگن به جرم m و شعاع r بر روی سطح داخلی سیلندر کدام است؟ (میله صلب و یکنواخت بوده و جرم و طول آن، به ترتیب M و l و تمام اتصالات لولا هستند.)



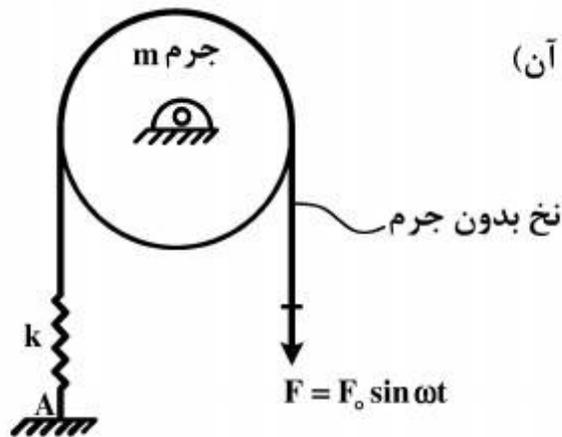
$$\sqrt{\frac{g}{l}} \quad (1)$$

$$\sqrt{\frac{(M+m)g}{(\frac{M}{3} + \frac{m}{2})l}} \quad (2)$$

$$\sqrt{\frac{(\frac{M}{2} + m)g}{(\frac{M}{3} + m)l}} \quad (3)$$

$$\sqrt{\frac{(\frac{M}{2} + m)g}{(\frac{M}{3} + \frac{3m}{2})l}} \quad (4)$$

۳۶- نیروی هارمونیک مطابق شکل زیر، به نخ بدون جرم و غیرکشسان که روی دیسک غلتش ناب دارد، وارد می‌شود. اگر فرکانس تحریک $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ باشد، دامنه نیروی وارد بر زمین در A چقدر است؟ ($R =$ شعاع و



$m =$ جرم دیسک و $\frac{1}{2}mR^2 =$ ممان اینرسی دیسک حول مرکز آن)

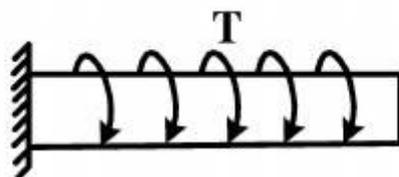
(۱) صفر

(۲) F_0

(۳) $2F_0$

(۴) بی‌نهایت

۳۷- معادله ارتعاش پیچشی میله شکل زیر، کدام است؟ ($\rho =$ چگالی، $G =$ مدول برشی و $J =$ ممان قطبی سطح مقطع)



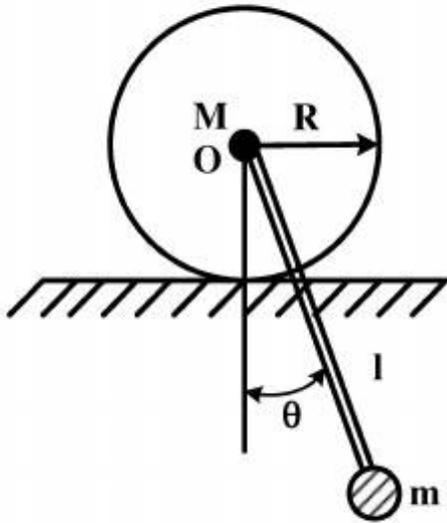
$$\rho J \ddot{\theta} - JG \theta' = T(x, t) \quad (1)$$

$$\rho J \ddot{\theta} - JG \theta'' = T(x, t) \quad (2)$$

$$\rho J \dot{\theta} + JG \theta'' = T(x, t) \quad (3)$$

$$\rho J \ddot{\theta} + JG \theta'' = T(x, t) \quad (4)$$

۳۸- فرکانس طبیعی f_n سیستم زیر، شامل یک دیسک به جرم M که در نقطه O ، میله بدون جرمی به طول l به آن جوش خورده و در انتهای میله، گلوله m با ابعاد کوچک به آن وصل شده، کدام است؟ (زاویه θ ، کوچک و ممان اینرسی دیسک حول نقطه O ، I_0 فرض شود).



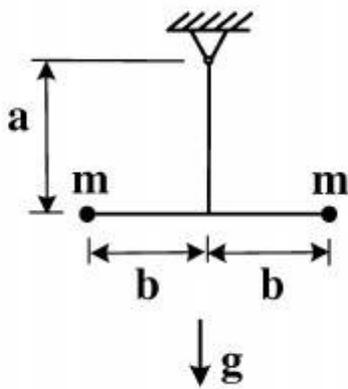
$$\frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{mgl^2}{I_0 + MR^2 - m(l+R)^2}} \quad (1)$$

$$\frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{mgl}{I_0 + MR^2 + m(l-R)^2}} \quad (2)$$

$$\frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{mgl}{I_0 + M(R-l)^2}} \quad (3)$$

$$\frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{mgl}{I_0 + MR^2 + ml^2}} \quad (4)$$

۳۹- مجذور فرکانس طبیعی سیستم نشان داده شده زیر، بدون در نظر گرفتن جرم میله، کدام است؟



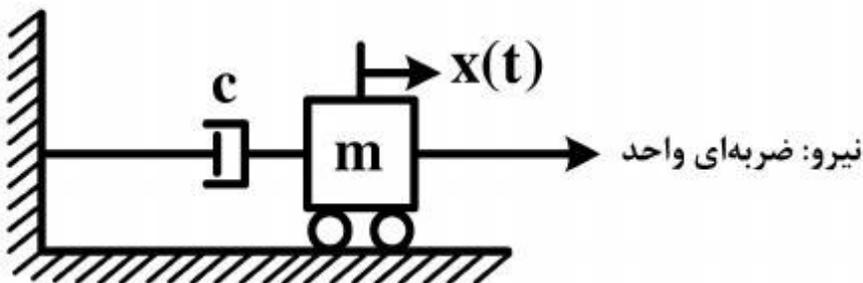
$$\frac{g}{a} \quad (1)$$

$$\frac{g}{(a+b)} \quad (2)$$

$$\frac{ga}{(a+b)^2} \quad (3)$$

$$\frac{ga}{(a^2 + b^2)} \quad (4)$$

۴۰- پاسخ سیستم جرم و دمپر زیر تحت ورودی واحد، کدام است؟ (سیستم ابتدا در حالت سکون و در مبدأ فرض شود).



$$\frac{1}{c} \left(1 - e^{\frac{-c}{m}t} \right) \quad (1)$$

$$\frac{1}{m} \left(1 - e^{\frac{-c}{m}t} \right) \quad (2)$$

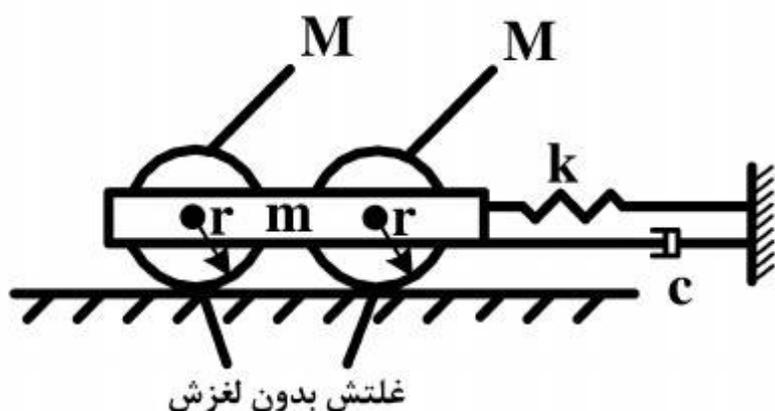
$$\frac{1}{c} \left(1 - e^{\frac{-m}{c}t} \right) \quad (3)$$

$$\frac{1}{m} \left(1 - e^{\frac{-m}{c}t} \right) \quad (4)$$

۴۱- در ارتعاشات اجباری تحت محرک هارمونیک برای یک سیستم جرم - فنر - میراکننده لزجی یک درجه آزادی، نسبت دامنه دینامیکی پاسخ به دامنه استاتیکی آن، کوچک تر از یک و فرکانس تحریک، کوچک تر از فرکانس طبیعی سیستم است. کدام مورد، در خصوص نسبت میرایی این سیستم (ζ) امکان پذیر است؟

- (۱) $\zeta > 0.7$
 (۲) $\zeta < 0.4$
 (۳) $\zeta < 0.3$
 (۴) $\zeta > 0.1$

۴۲- ضریب میرایی بحرانی، C_{cr} سیستم زیر، کدام است؟ (توزیع جرم چرخ ها یکنواخت فرض شود).

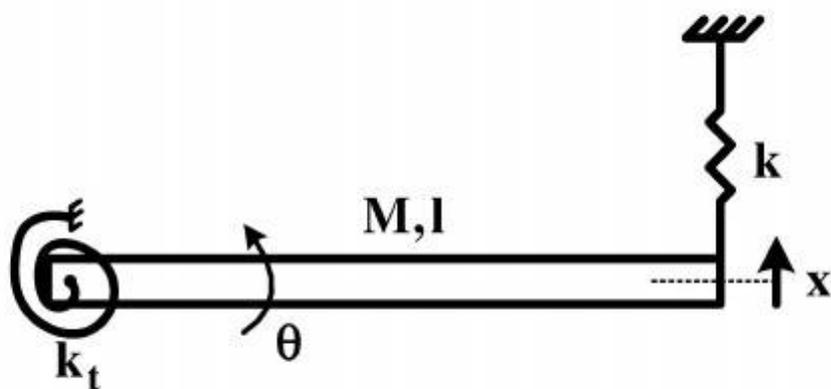


- (۱) $\sqrt{2k(3m+M)}$
 (۲) $\sqrt{2k(3M+m)}$
 (۳) $3\sqrt{k(2M+m)}$
 (۴) $2\sqrt{k(3M+m)}$

۴۳- برای یک سیستم جرم و فنر، زاویه فاز بین پاسخ و تحریک هارمونیک است.

- (۱) صفر
 (۲) 180°
 (۳) صفر یا 180°
 (۴) به جرم و سختی فنر وابسته

۴۴- فرکانس طبیعی سیستم ارتعاشاتی زیر، کدام است؟ (میله صلب، نازک و با توزیع جرم یکنواخت فرض شود).



- (۱) $\sqrt{\frac{(k_t + kl^2)}{MI^2}}$
 (۲) $\sqrt{\frac{(k_t + 2kl^2)}{MI^2}}$
 (۳) $\sqrt{\frac{3(k_t + kl^2)}{MI^2}}$
 (۴) $\sqrt{\frac{3(k_t + 2kl^2)}{MI^2}}$

۴۵- درباره معادله دیفرانسیل $\ddot{X} + \beta X = 0$ ، کدام مورد صحیح است؟

- (۱) همواره ارتعاشی است.
 (۲) در صورتی که $\beta > 0$ باشد، ارتعاشی است.
 (۳) در صورتی که $\beta > C_{cr}$ باشد، ارتعاشی است.
 (۴) در صورتی که $\beta > 0$ باشد و نیروی خارجی وجود نداشته باشد، ارتعاش نخواهد داشت.

