272

F

272F

نام:

نام خانوادگی:

محل امضا:

اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.
امام خمینی (ره)

صبح جمعه
۹۳/۱۲/۱۵
دفترچه شماره ۱ از ۲

جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فنّاوری
سازمان سنجش آموزش کشور

آزمـــون ورودی
دوره‌های دکتـــری (نیمه متمرکز) داخل ــ ســـال ۱۳۹۴

مهندسی هوا فضا ــ آئرودینامیک
(کد ۲۳۳۱)

تعداد سؤال: ۴۵ | مدت پاسخگویی: ۱۵۰ دقیقه

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	مجموعه دروس تخصصی (ریاضیات مهندسی ـ آئرودینامیک مادون صوت، آئرودینامیک مافوق صوت)	۴۵	۱	۴۵

این آزمون نمرهٔ منفی دارد.

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

اسفند ماه ــ سال ۱۳۹۳

حق چاپ، تکثیر و انتشار سوالات به هر روش (الکترونیکی و ...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

۱- برای توابع ویژه و مقادیر ویژه مسئله روبرو، کدام گزینه صحیح است؟

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0 \\ y(\pi) = y'(\pi) \end{cases}$$

۱) $y_n(x) = \sin(\alpha_n x)$ با شرط $\tan(\alpha_n \pi) = 2\alpha_n$ ، $n = 0,1,2,3,\ldots$

۲) $y_n(x) = \sin(\alpha_n x)$ با شرط $\tan(\alpha_n \pi) = \alpha_n$ ، $n = 0,1,2,3,\ldots$

۳) $y_n(x) = \sin(\alpha_n x)$ با شرط $\tan(\alpha_n) = \alpha_n$ ، $n = 0,1,2,3,\ldots$

۴) $y_n(x) = \sin(\alpha_n x)$ با شرط $\cot(\alpha_n \pi) = \alpha_n$ ، $n = 0,1,2,3,\ldots$

۲- پاسخ کراندار $w(x,t)$ مسئله مقدار اوّلیه کرانه‌ای زیر، کدام است؟

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 w}{\partial x^2} = \dfrac{\partial^2 w}{\partial t^2} & , \quad x > 0 \ , \ t > 0 \\ w(x,0) = \dfrac{\partial w(x,0)}{\partial t} = 0 & , \quad x \geq 0 \\ \dfrac{\partial w(0,t)}{\partial x} = \cos t & , \quad t \geq 0 \end{cases}$$

۱) $-2\sin\left(\dfrac{t-x}{2}\right)u(t-x)$، که در آن، u تابع پله واحد است.

۲) $-\dfrac{1}{2}\sin(2t-2x)u(t-x)$، که در آن، u تابع پله واحد است.

۳) $-\sin(t-x)u(t-x)$، که در آن، u تابع پله واحد است.

۴) پاسخ کراندار ندارد.

۳- یک راه‌حل مسئله مقدار اولیه کرانه‌ای (یا مرزی) به صورت زیر:

$$\begin{cases} u_{tt} - a^2 u_{xx} = f(x,t) \ , \ 0 < x < L \ , \ t > 0 \\ u(x,0) = g(x), u_t(x,0) = h(x) \\ u(0,t) = 0 = u(L,t) \ , \ t > 0 \end{cases}$$

(f و g و h توابع تکه‌ای هموار داده شده‌اند) آن است که شرایط اولیه داده شده و توابع f (معلوم) و u (مجهول) را بر حسب یک پایه متعامد مناسب $\{\phi_k(x)\}_{k=1}^{\infty}$، به صورت زیر بسط دهیم:

$$u(x,t) = \sum_{k=1}^{\infty} u_k(t)\phi_k(x) \ , \ f(x,t) = \sum_{k=1}^{\infty} f_k(t)\phi_k(x) \ , \ g(x) = \sum_{k=1}^{\infty} g_k \phi_k(x) \ , \ h(x) = \sum_{k=1}^{\infty} h_k \phi_k(x)$$

و سپس با قرار دادن این کاندیداها در معادلات مسئله داده شده، مجهولات $u_k(t)$ را بیابیم. در این صورت پایه متعامد $\{\phi_k(x)\}_{k=1}^{\infty}$، کدام است؟

۱) $\left\{\sin\dfrac{k\pi x}{L}\right\}_{k=1}^{\infty}$

۲) $\left\{\cos\dfrac{k\pi x}{L}\right\}_{k=0}^{\infty}$

۳) $\left\{\sin\dfrac{(2k-1)\pi x}{2L}\right\}_{k=1}^{\infty}$

۴) $\left\{\cos\dfrac{(2k-1)\pi x}{2L}\right\}_{k=1}^{\infty}$

۴- سری فوریه سینوسی نیم‌دامنه تابع $f(x)=x\sin x$، $0\le x\le \pi$، کدام است؟

۱) $\sum_{m=1}^{\infty}\frac{-16m}{\pi(2m-1)^2(2m+1)^2}\sin(2mx)$

۲) $\frac{\pi}{2}\sin x+\sum_{m=1}^{\infty}\frac{-8m}{\pi(2m-1)^2(2m+1)^2}\sin(2mx)$

۳) $\frac{\pi}{2}\sin x+\sum_{m=1}^{\infty}\frac{-16m}{\pi(2m-1)^2(2m+1)^2}\sin(2mx)$

۴) $\frac{\pi}{2}\sin x+\sum_{m=1}^{\infty}\frac{-16m}{\pi(2m-1)^2(2m+1)^2}\sin(2m-1)x$

۵- برای تابع $f(x)=x\cos x$، $0<x<\pi$، سری فوریه کسینوسی نیم‌دامنه را درنظر می‌گیریم. سه جمله اول این سری، کدام است؟

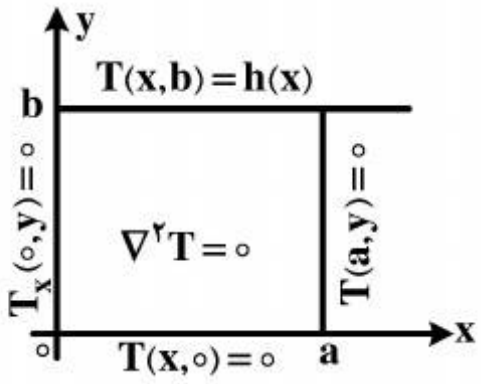
۱) $-\frac{2}{\pi}+\pi\cos x-\frac{20}{9\pi}\cos 2x$

۲) $-\frac{2}{\pi}+\cos x-\frac{20}{9\pi}\cos 2x$

۳) $-\frac{2}{\pi}+\frac{\pi}{2}\cos x-\frac{10}{9\pi}\cos 2x$

۴) $-\frac{2}{\pi}+\frac{\pi}{2}\cos x-\frac{20}{9\pi}\cos 2x$

۶- در مسئله مقدار مرزی معادله دیفرانسیل لاپلاس زیر، پایهٔ متعامد بسط تابع $h(x)$ داده شده به سری فوریه، کدام است؟



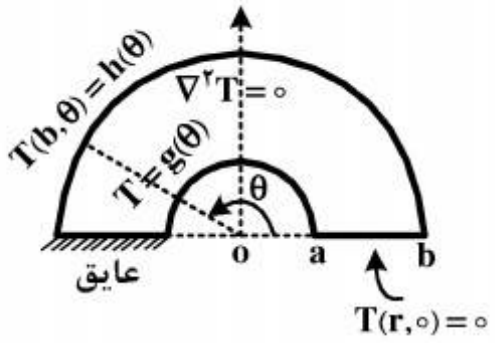
۱) $\left\{\cos\frac{k\pi x}{2a}\right\}_{k=1}^{\infty}$

۲) $\left\{\cos\frac{(2k-1)\pi x}{2a}\right\}_{k=1}^{\infty}$

۳) $\left\{\sin\frac{(2k-1)\pi x}{2a}\right\}_{k=1}^{\infty}$

۴) $\left\{\frac{1}{2},\cos\frac{\pi x}{a},\cos\frac{2\pi x}{a},\ldots,\cos\frac{k\pi x}{a},\ldots\right\}$

۷- برای مسئله مقدار مرزی زیر، در مورد معادله دیفرانسیل لاپلاس در داخل یک نیم‌طوق، کاندید جواب به کدام صورت است؟



۱) $T(r,\theta)=\sum_{k=1}^{\infty}A_k r^k \sin(k\theta)$

۲) $T(r,\theta)=\sum_{k=1}^{\infty}(A_k r^k + B_k r^{-k})\sin(\frac{2k-1}{2})\theta$

۳) $T(r,\theta)=\sum_{k=1}^{\infty}A_k r^{\alpha_k}\sin(\frac{2k-1}{2})\theta$ ، $\alpha_k=(\frac{2k-1}{2})$

۴) $T(r,\theta)=\sum_{k=1}^{\infty}(A_k r^{\alpha_k} + B_k r^{-\alpha_k})\sin(\frac{2k-1}{2})\theta$ ، $\alpha_k=(\frac{2k-1}{2})$

۸- در معادله رویه مینیمال $(1+u_x^2)u_{yy}-uu_xu_yu_{xy}+(1+u_y^2)u_{xx}=0$، جواب‌هایی به‌صورت $u(x,y)=F(x)+G(y)$، کدام هستند؟

۱) $u(x,y)=\frac{-1}{c}\ln\cos(cx+c_1)+c_2+\frac{1}{c}\ln\cos(-cy+d_1)+d_2$

۲) $u(x,y)=\frac{1}{c}\ln\cos(cx+c_1)+c_2+\frac{1}{c}\ln\cos(-cy+d_1)+d_2$

۳) $u(x,y)=\frac{-1}{c}\ln\cos(cx+c_1)+c_2+\frac{1}{c}\ln\cos(cy+d_1)+d_2$

۴) $u(x,y)=\frac{1}{c}\ln\cos(cx+c_1)+c_2+\frac{1}{c}\ln\cos(cy+d_1)+d_2$

۹- با فرض اینکه، جواب مسئلهٔ مقدار اولیه $\begin{cases}u_t-u_{xx}=0\\ u(x,0)=\phi(x)\end{cases}$ ($-\infty<x<\infty$ و ϕ تابع معلوم)، به‌صورت $u(x,t)=\frac{1}{2\sqrt{\pi t}}\int_{-\infty}^{\infty}\phi(\zeta)e^{\frac{-(x-\zeta)^2}{4t}}d\zeta$ باشد، در حالت خاصی که شرط اولیه به‌صورت $\phi(x)=\begin{cases}T_1 & x>0\\ T_2 & x<0\end{cases}$ (T_1 و T_2 ثابت) باشد، آنگاه کدام مورد، صحیح است؟

۱) $u(x,t)=\frac{T_1+T_2}{2}+\frac{T_1-T_2}{\sqrt{\pi}}\int_0^{\frac{x}{2\sqrt{t}}}e^{-\alpha^2}d\alpha$

۲) $u(x,t)=\frac{T_1-T_2}{2}+\frac{T_1+T_2}{\sqrt{\pi}}\int_0^{\frac{x}{2\sqrt{t}}}e^{-\alpha^2}d\alpha$

۳) $u(x,t)=(T_1-T_2)(\frac{1}{2}+\frac{1}{\sqrt{\pi}}\int_0^{\frac{x}{2\sqrt{t}}}e^{-\alpha^2}d\alpha)$

۴) $u(x,t)=(T_1+T_2)(\frac{1}{2}+\frac{1}{\sqrt{\pi}}\int_0^{\frac{x}{2\sqrt{t}}}e^{-\alpha^2}d\alpha)$

۱۰- مقدار انتگرال $I = \int_{0}^{\infty} \frac{(Lnx)^{2}}{1+x^{2}} dx$، کدام است؟

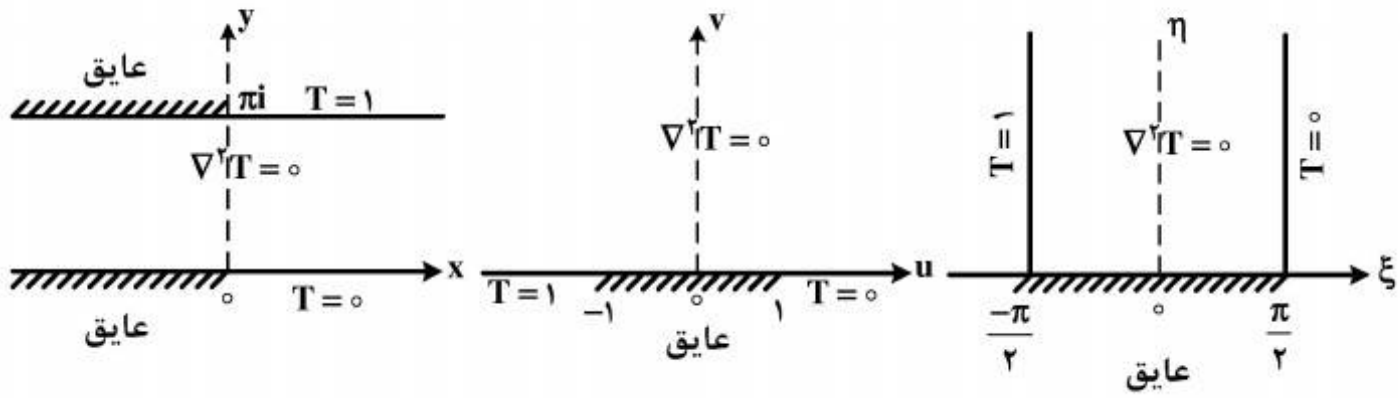
۱) $\frac{\pi^{3}}{16}$

۲) $\frac{\pi^{3}}{8}$

۳) $\frac{\pi^{3}}{4}$

۴) $\frac{\pi^{3}}{8} + \frac{\pi^{2}}{4}$

۱۱- سه مسئله مقدار مرزی زیر، برای معادله دیفرانسیل لاپلاس داده شده‌اند. جواب کراندار در نیمه نوار قائم و دو نگاشت مناسب از صفحهٔ ζ به صفحه w و سپس از صفحه w به صفحه z، که جواب‌های کراندار دو مسئله مقدار مرزی دیگر را بدهند، کدامند؟



$z = x + iy$ $w = u + iv$ $\zeta = \xi + i\eta$

۱) $T(\xi,\eta) = \frac{1}{\pi}(\frac{\pi}{2} - \xi)$ ، $w = \sin\zeta$ ، $z = e^{w}$

۲) $T(\xi,\eta) = \frac{1}{\pi}(\xi - \frac{\pi}{2})$ ، $\zeta = \sin w$ ، $w = Logz$

۳) $T(\xi,\eta) = \frac{1}{\pi}(\frac{\pi}{2} - \xi)$ ، $w = \sin\zeta$ ، $w = Logz$

۴) $T(\xi,\eta) = \frac{1}{\pi}(\frac{\pi}{2} - \xi)$ ، $w = \sin\zeta$ ، $z = Logw$

۱۲- با انتگرال‌گیری از تابع مختلط $f(z) = \frac{e^{az}}{1+e^{z}}$ ($0 < a < 1$ ثابت) روی کرانه مستطیل $|x| < R$، $0 \le y \le 2\pi$، در جهت مثلثاتی، و سپس میل دادن $R \to \infty$، مقدار $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{ax}}{1+e^{x}}$، کدام است؟

۱) $\frac{\pi}{\sin(\pi a)}$

۲) $\frac{2\pi}{\sin(\pi a)}$

۳) $\frac{\pi}{\sinh(\pi a)}$

۴) $\frac{2\pi}{\sinh(\pi a)}$

۱۳- اگر $f(z)$ تابع تام، $|chz\ f(z)| \le ۱$، و $f(۰) = ۲$، آنگاه مقدار $f(Ln۲)$ کدام است؟

۱) صفر

۲) $\frac{۳}{۴}$

۳) ۱

۴) $\frac{۸}{۵}$

۱۴- در صورتی‌که به ازای هر نقطه $z = re^{i\theta}$ در داخل دایره $\zeta = r_۰e^{i\phi}$، $۰ \le \phi < ۲\pi$، داشته باشیم $f(re^{i\theta}) = \frac{r_۰^۲ - r^۲}{۲\pi}\int_۰^{۲\pi} \frac{f(r_۰e^{i\phi})}{|\zeta - z|^۲}d\phi$، که در آن f در درون و روی دایره مذکور تحلیلی است، و u قسمت حقیقی f باشد، آنگاه $u(r,\theta) = \frac{۱}{۲\pi}\int_۰^{۲\pi} P(r_۰,r,\phi-\theta)u(r_۰,\phi)d\phi$. در این صورت، کدام‌یک از موارد زیر، صحیح نیست؟

۱) $\frac{۱}{۲\pi}\int_۰^{۲\pi} P(r_۰,r,\phi-\theta)d\phi = ۱$

۲) $P(r_۰,r,\phi-\theta) = \frac{r_۰^۲ - r^۲}{r_۰^۲ + ۲rr_۰\cos(\phi-\theta) + r^۲}$

۳) تابع $P(r_۰,r,\phi-\theta)$ همیشه مثبت است.

۴) $P(r_۰,r,\phi-\theta)$ تابعی زوج و دوره‌ای (متناوب) از $(\phi-\theta)$ است.

۱۵- در مورد خودالحاق (self Adjoint) بودن معادله دیفرانسیل زیر، کدام عبارت صحیح است؟

$$xy'' + (۱-x)y' + ay = ۰$$

۱) با ضرب در x خودالحاق می‌شود.

۲) با ضرب در $\frac{۱}{x}$ خودالحاق می‌شود.

۳) با ضرب در e^{-x} خودالحاق می‌شود.

۴) خودالحاق است.

۱۶- دو موج ضربه‌ای عمودی با شرایط بالادست و قدرت ثابت، یکی نسبت به آزمایشگاه ثابت و دیگری متحرک را در نظر بگیرید اگر **m** اندیس برای موج ضربه‌ای متحرک و **s** اندیس برای موج ضربه‌ای ثابت باشد شرایط بالادست را با اندیس ۱ ، پایین دست را با اندیس ۲ و شرایط سکون را با اندیس ∘ نمایش می‌دهیم. کدام رابطه زیر درست است؟

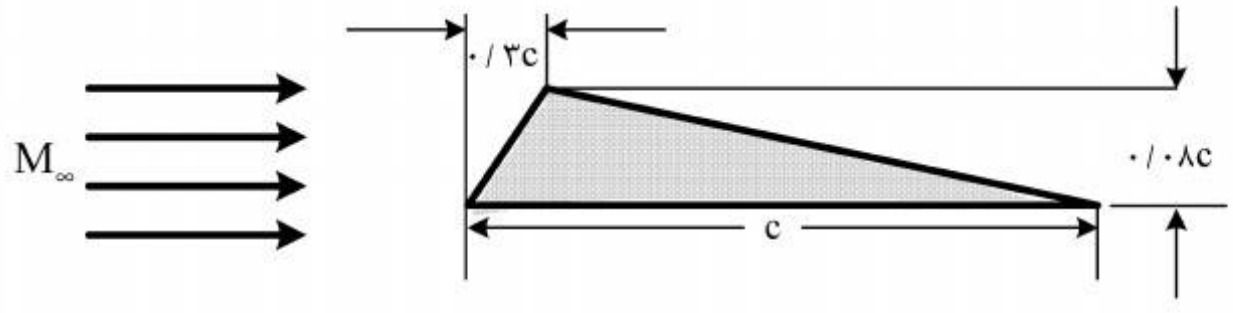
۱) $P_{۲s} > P_{۲m} \quad , \quad T_{\circ ۲s} > T_{\circ ۲m}$

۲) $P_{۲s} = P_{۲m} \quad , \quad T_{\circ ۲s} < T_{\circ ۲m}$

۳) $P_{۲s} < P_{۲m} \quad , \quad T_{\circ ۲s} = T_{\circ ۲m}$

۴) $P_{۲s} = P_{۲m} \quad , \quad T_{\circ ۲s} = T_{\circ ۲m}$

۱۷- در شکل زیر با استفاده از تئوری خطی شده ضریب پسا بر حسب زاویه حمله برای یک جریان مافوق صوت کدام است؟



۱) $\frac{۴\alpha^{۲} + ۰/۰۳۰۴۷}{\sqrt{M_{\infty}^{۲} - ۱}}$

۲) $\frac{۴\alpha^{۲} + ۰/۰۶۰۹۵}{\sqrt{M_{\infty}^{۲} - ۱}}$

۳) $\frac{۴\alpha + ۰/۰۳۰۴۷}{\sqrt{M_{\infty}^{۲} - ۱}}$

۴) $\frac{۴\alpha + ۰/۰۶۰۹۵}{\sqrt{M_{\infty}^{۲} - ۱}}$

۱۸- **یک لوله با قطر ثابت را که طرف سمت چپ آن بسته است و طرف دیگر آن تا بی نهایت ادامه دارد و شامل هوا می‌باشد را در نظر می‌گیریم. یک پیستون به فاصله معینی از انتهای بسته در داخل لوله قرار دارد. اگر این پیستون با شتاب معینی به سمت چپ حرکت کند کدام عبارت درست است؟**

۱) در سمت راست لوله امواج تراکمی تشکیل شده و نسبت به هم همگرا می‌شوند.

۲) در سمت چپ لوله امواج انبساطی تشکیل شده و پس از برخورد به انتهای لوله به صورت امواج تراکمی بر می‌گردد.

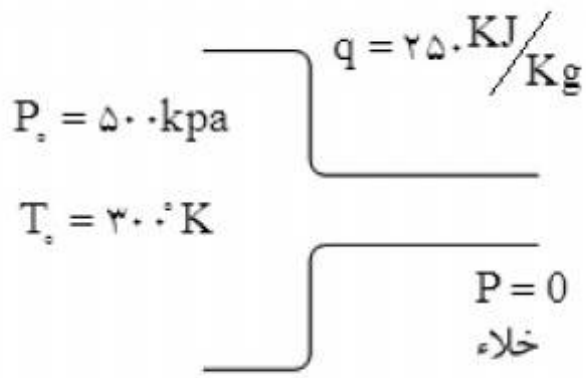
۳) در سمت چپ امواج تراکمی به سمت چپ حرکت می‌کنند و پس از برخورد به انتهای بسته به صورت امواج انبساطی منعکس می‌شوند.

۴) در سمت چپ امواج تراکمی به سمت چپ حرکت می‌کنند و پس از برخورد به انتهای بسته منعکس شده و مجددا سیال را متراکم می‌کند.

۱۹- جریان دائمی، یک بعدی، تراکم‌پذیر بدون اصطکاکی مطابق شکل را در نظر بگیرید. اگر $M_1 = 1$ و $M_2 = 2$ باشد، $\frac{P_1}{P_2}$ کدام است؟ جریان گازی ایده‌آل با نسبت حرارت ویژه $\gamma = \frac{C_P}{C_V} = 1/5$ می‌باشد.

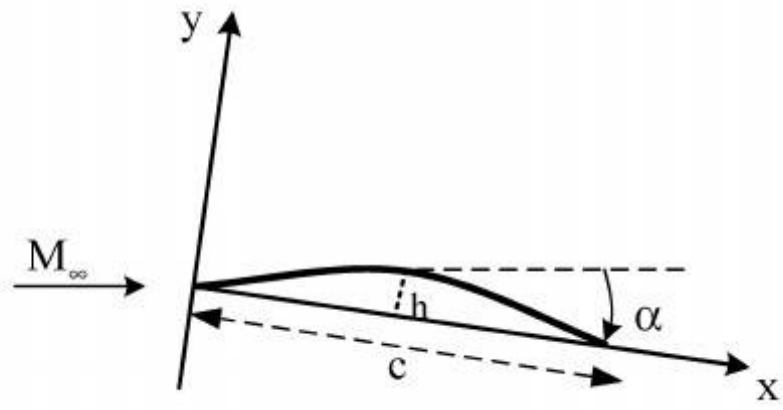
۱) ۴/۱
۲) ۳/۲
۳) ۲/۸
۴) ۲/۳

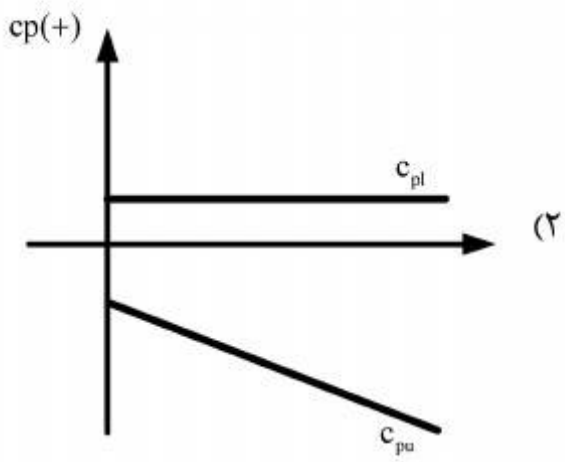
۲۰- هوا از مخزنی با فشار $P_0 = 500kpa$ و دمای $T_0 = 300°K$ توسط لوله‌ای بدون اصطکاک به خلاء تخلیه می‌شود. در حالت اول حرارت $250\frac{kJ}{kg}$ جریان داده می‌شود و در حالت دوم این حرارت از جریان گرفته می‌شود. در مورد عدد ماخ خروجی لوله (M_1 برای افزایش حرارت و M_2 برای کاهش حرارت) در این دو حالت کدام مورد درست است؟



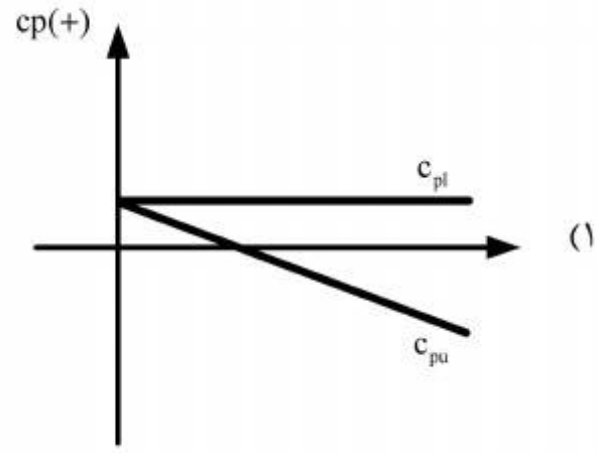
۱) $M_1 = 1$
۲) $M_2 = 1$
۳) $M_1 > M_2$
۴) $M_1 = M_2$

۲۱- ایرفویل نازکی به شکل زیر با سطح فوقانی با رابطه $y = -\frac{۴hx^۲}{c^۲} + \frac{۴hx}{c}$ با $\frac{h}{c} = ۰/۰۲$ در ماخ ۳ و زاویه حمله ۳ درجه قرار دارد. توزیع فشار سطح بالایی (Cp_u) و پایینی (Cp_l) کدام مورد است؟

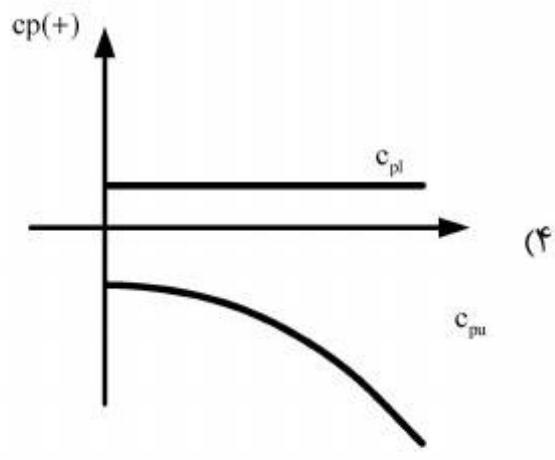




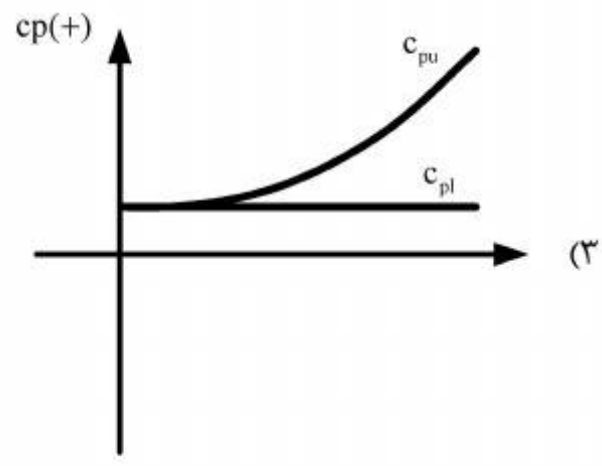
(۲



(۱



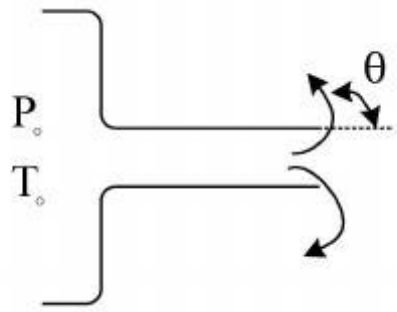
(۴



(۳

۲۲- جریان تراکم‌پذیری از مخزنی با فشار P_0 و T_0 توسط یک لوله بدون اصطکاک به خلاء تخلیه می‌شود. اگر ضریب حرارت ویژه $\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{5}{3}$ باشد، زاویه پیچش جریان θ چند درجه است؟

راهنمایی: تابع پرانتل ـ مایر $\nu = \sqrt{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}} \tan^{-1}\left\{\frac{\gamma-1}{\gamma+1}(M^2-1)\right\}^{\frac{1}{2}} - \tan^{-1}(M^2-1)^{\frac{1}{2}}$



۱) ۰
۲) ۴۵
۳) ۹۰
۴) ۱۸۰

۲۳- یک بال دلتا شکل را در جریان مافوق صوت در نظر بگیرد، اگر اغتشاشی بر روی سطح بال ایجاد شود، نحوه انتشار آن چگونه است؟

۱) در همه حال اغتشاش در زیر بال لمس می‌شود.
۲) چون جریان مافوق صوت است اغتشاش در زیر بال لمس نمی‌شود.
۳) اگر مخروط ماخ لبه حمله بال را قطع نکند، اغتشاش در زیر بال لمس می‌شود.
۴) در صورتی‌که مخروط ماخ لبه حمله بال را قطع کند، اغتشاش در زیر بال لمس می‌شود.

۲۴- در یک جریان تراکم‌پذیر با افزایش عدد ماخ ضخامت لایه مرزی:

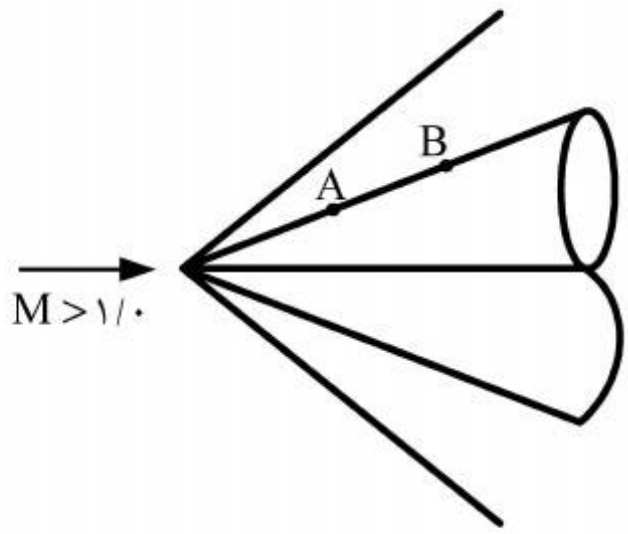
۱) در سرعت‌های مادون صوت افزایش و در سرعت‌های مافوق صوت کاهش می‌یابد.
۲) در سرعت‌های مادون صوت کاهش و در سرعت‌های مافوق صوت افزایش می‌یابد.
۳) همیشه افزایش می‌یابد.
۴) همیشه کاهش می‌یابد.

۲۵- معادله پتانسیل سرعت خطی شده زیر در چه شرایطی برقرار است؟

$$(1-M_\infty^2)\frac{\partial^2\hat{\varphi}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\hat{\varphi}}{\partial y^2} = 0$$

۱) جریان دو بعدی، تراکم‌پذیر، پایا، غیر چرخشی ایزونتروپیک، اغتشاشات کم
۲) جریان دو بعدی، تراکم‌پذیر، پایا، غیرچرخشی، اغتشاشات کم، در سرعت‌های ابر صوت
۳) جریان دو بعدی، تراکم‌پذیر، پایا، ایزونتروپیک ، اغتشاشات کم، در سرعت‌های زیر صوت و بالای صوت
۴) جریان دو بعدی، تراکم‌پذیر، پایا، غیرچرخشی، ایزونتروپیک ، اغتشاشات کم، در سرعت‌های زیر صوت و بالای صوت

۲۶- شکل زیر و جریان مافوق صوت با زاویه حمله صفر حول یک مخروط را نشان می‌دهد و اگر P_A فشار نقطه A و P_B فشار نقطه B باشد، کدام مورد زیر درست است؟



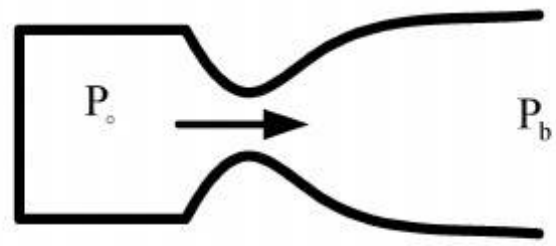
۱) $P_A < P_B$

۲) $P_A > P_B$

۳) $P_A = P_B$

۴) بستگی به این دارد که موج ضربه‌ای مایل قوی یا ضعیف باشد.

۲۷- نازل همگرا واگرای شکل زیر را که به یک مخزن فشار متغیر در بالادست متصل شده است را در نظربگیرید. کدام عبارت درست است؟



۱) با تغییرات همزمان P_0 و کاهش P_b امکان تشکیل موج ضربه‌ای در بخش واگرای نازل وحرکت آن به سمت بالادست و پایین دست ناحیه واگرا وجود دارد.

۲) برای P_b ثابت، با افزایش فشار P_0 بعد از خفگی گلوگاه مقدار دبی جرمی گذرنده از نازل ثابت می‌ماند.

۳) برای P_b ثابت، محدوده خاصی از فشار مخزن وجود دارد که با افزایش P_0 موج ضربه‌ای داخل بخش واگرا به سمت بالادست حرکت می‌کند.

۴) برای P_b ثابت، با افزایش فشار P_0 امکان تشکیل موج ضربه‌ای عمودی هم در بالادست و هم در پایین دست گلوگاه وجود دارد.

۲۸- لوله پیتوت یک پرنده که در ارتفاع ثابت پرواز می‌کند فشار سکون P_0 و فشار استاتیک P_s را نشان می‌دهد. اگر سرعت پرواز افزایش پیدا کند، کدام عبارت درست است؟

۱) P_0 افزایش می‌یابد و P_s ثابت می‌ماند.

۲) P_0 ثابت می‌ماند و P_s افزایش می‌یابد.

۳) P_0 افزایش می‌یابد ولی P_s کم می‌شود.

۴) P_0 ثابت می‌ماند و P_s کاهش می‌یابد.

۲۹- طبق منحنی رابطه $\theta-\beta-M$ برای جریان مافوق صوت حول گوه، اگر β_m مقدار زاویه موج متناظر حداکثر زاویه چرخش (θ_{max}) و β_s زاویه موج متناظر خط صوتی (sonic line) باشد کدام عبارت برای مقایسه β_s و β_m و M_{β_s} (عدد ماخ پشت موج ضربه‌ای متناظر β_s) و M_{β_m} (عدد ماخ پشت موج ضربه‌ای متناظر β_m) برای عدد ماخ بالادست ثابت درست است؟

۱) $M_{\beta_m} < M_{\beta_s}$ و $\beta_m < \beta_s$

۲) $M_{\beta_m} < M_{\beta_s}$ و $\beta_m > \beta_s$

۳) $M_{\beta_m} > M_{\beta_s}$ و $\beta_m > \beta_s$

۴) $M_{\beta_m} > M_{\beta_s}$ و $\beta_m < \beta_s$

۳۰- اگر معادله خط کمبر یک ایرفویل نازک به شکل $\frac{y}{c}=-\varepsilon(\frac{x}{c})^{۳}$ و $\varepsilon<<۱$ باشد به کمک تئوری جریان خطی در جریان مافوق صوت مقدار c_a (ضریب نیروی محوری) و c_n (ضریب نیروی عمودی) به ترتیب کدام است؟

۱) $c_n=\frac{۴\varepsilon}{\sqrt{m_\infty^{۲}-۱}}\ ,\ c_a=\frac{۴\varepsilon^{۲}}{\sqrt{m_\infty^{۲}-۱}}$

۲) $c_n=\frac{۵\varepsilon}{۳\sqrt{m_\infty^{۲}-۱}}\ ,\ c_a=\frac{۹\varepsilon^{۲}}{۲\sqrt{m_\infty^{۲}-۱}}$

۳) $c_n=\frac{۱۲\varepsilon}{\sqrt{m_\infty^{۲}-۱}}\ ,\ c_a=\frac{۱۶\varepsilon^{۲}}{۳\sqrt{m_\infty^{۲}-۱}}$

۴) $c_n=\frac{۴\varepsilon}{\sqrt{m_\infty^{۲}-۱}}\ ,\ c_a=\frac{۳۶\varepsilon^{۲}}{۵\sqrt{m_\infty^{۲}-۱}}$

۳۱- کدام مورد معادله‌ای مربوط به تابع جریان متقارن محوری، تراکم‌ناپذیر و غیر چرخشی است؟

۱) $r^{۲}\frac{\partial^{۲}\psi}{\partial r^{۲}}+\sin\theta\frac{\partial}{\partial\theta}(\frac{۱}{\sin\theta}\frac{\partial\psi}{\partial\theta})=۰$

۲) $\frac{۱}{r^{۲}\sin^{۲}\theta}\frac{\partial^{۲}\psi}{\partial r^{۲}}-\sin\theta\frac{\partial}{\partial\theta}(\frac{۱}{\sin\theta}\frac{\partial\psi}{\partial\theta})=۰$

۳) $\frac{\sin\theta}{r}\frac{\partial^{۲}\psi}{\partial r^{۲}}-\frac{۱}{r^{۲}}\frac{\partial}{\partial\theta}(\frac{۱}{\sin\theta}\frac{\partial\psi}{\partial\theta})=۰$

۴) $-\frac{۱}{r}\sin\theta\frac{\partial^{۲}\psi}{\partial r^{۲}}-\frac{۱}{r^{۲}}\frac{\partial}{\partial\theta}(\frac{۱}{\sin\theta}\frac{\partial\psi}{\partial\theta})=۰$

۳۲- اگر توزیع نیروی لیفت بر روی یک بال مستطیلی در جریان تراکم‌ناپذیر بیضوی باشد، کدام عبارت در مورد این بال صحیح است؟

۱) استال از نوک بال شروع می‌شود.

۲) استال از ریشه بال شروع می‌شود.

۳) زاویه حمله هندسی در نوک بال بیشتر است.

۴) زاویه حمله هندسی در سرتاسر بال ثابت است

۳۳- برای الگوی $w = z^2$ تغییر پتانسیل سرعت و تغییر تابع جریان به ازای $\delta z = 0.5 + 0.2i$ در نقطه (۲,۱) به ترتیب کدام است؟

۱) $1.8i$ و 1.6

۲) 1.6 و 1.8

۳) ۴ و $2i$

۴) ۲ و ۴

۳۴- اگر تابع پتانسیل مختلط به صورت $F(z) = Az^n$ و $z = re^{i\theta}$ فرض شود، محدوده جریان و مؤلفه‌های سرعت در حالت کلی کدام است؟

۱) محور xها و قطاعی با زاویه $\frac{\pi}{2n}$ ، $v_r = Anr^n \cos(n\theta)$ ، $v_\theta = Anr^n \sin(n\theta)$

۲) محور yها و قطاعی با زاویه $\frac{\pi}{n}$ ، $v_r = Anr^n \cos(n\theta)$ ، $v_\theta = Anr^n \sin(n\theta)$

۳) محور xها و قطاعی با زاویه $\frac{\pi}{n}$ ، $v_r = Anr^{n-1} \cos(n\theta)$ ، $v_\theta = Anr^{n-1} \sin(n\theta)$

۴) محور yها و قطاعی با زاویه $\frac{\pi}{n}$ ، $v_r = Anr^{n-1} \cos(n\theta)$ ، $v_\theta = Anr^{n-1} \sin(n\theta)$

۳۵- اگر در معادله تابع جریان متقارن محوری غیر چرخشی

$$\psi(r,\theta) = \sum_{n=1}^{\infty} An \frac{\sin\theta}{r^n} \frac{d}{d\theta}[p_n \cos(\theta)]$$

، $A_n = 0$ برای $n \neq 1$ باشد تابع جریان مربوط به کدام حالت زیر است؟

۱) جریان نزدیک دماغه بلانت (Blunt Nose)

۲) جریان اطراف کره

۳) چشمه با توزیع خطی

۴) جریان ناشی از دابلت

۳۶- با استفاده از Conformal Mapping و انتقال جاکوفسکی می‌توان نشان داد که:

راهنمایی: h مقدار ماکزیمم کوژ (Camber) ایرفویل و l وتر آن است. ضمناً، α زاویه حمله است.

۱) $C_l = \frac{\pi}{2}\sin(\alpha + \frac{2h}{l})$

۲) $C_l = 2\pi \sin(\alpha + \frac{h}{2l})$

۳) $C_l = 2\pi \sin(\alpha + \frac{2h}{l})$

۴) $C_l = \frac{\pi}{2}\cos(\alpha + \frac{2h}{l})$

۳۷- ضریب درگ القائی یک بال در جریان ایده‌آل از کدام رابطه زیر به دست می‌آید؟
راهنمائی: S_{Ref} سطح مؤثر بال، α_i زاویه حمله القائی، Γ سیرکولاسیون و b طول دهانه بال هستند؟

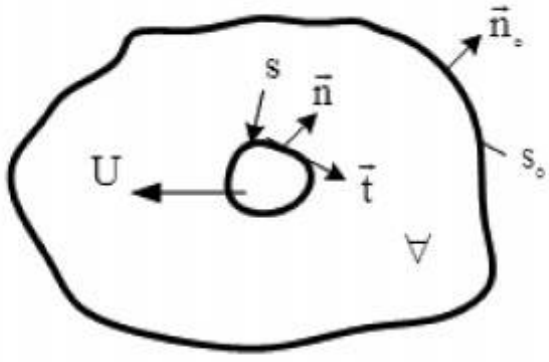
۱) $C_{D_i} = \frac{۱}{U_\infty S_{Ref}} \int_{-\frac{b}{۲}}^{\frac{b}{۲}} \Gamma(y)\alpha_i(y)dy$

۲) $C_{D_i} = \frac{۲}{U_\infty S_{Ref}} \int_{-\frac{b}{۲}}^{\frac{b}{۲}} \Gamma(y)\alpha_i(y)dy$

۳) $C_{D_i} = \frac{۲\pi}{U_\infty S_{Ref}} \int_{-\frac{b}{۲}}^{\frac{b}{۲}} \Gamma(y)\alpha_i(y)dy$

۴) $C_{D_i} = \frac{\pi}{U_\infty S_{Ref}} \int_{-\frac{b}{۲}}^{\frac{b}{۲}} \Gamma(y)\alpha_i(y)dy$

۳۸- در یک جریان ایده‌آل ۳ بعدی، انرژی جنبشی سیال در اطراف یک جسم در حال حرکت (شکل زیر) کدام است؟ راهنمائی: Σ سطح جانبی جسم در حال حرکت است.



۱) $T = \frac{۱}{۲}\rho\int_\Sigma \phi\frac{\partial\phi}{\partial n}dS = \frac{۱}{۲}\rho\int_\forall \nabla\phi.\nabla\phi d\forall$

۲) $T = \frac{۱}{۲}\rho\int_\Sigma \phi\frac{\partial\phi}{\partial t}dS = \frac{۱}{۲}\rho\int \vec{V}.\vec{V}d\forall$

۳) $T = \rho\int_\Sigma \phi\frac{\partial\phi}{\partial t}dS = \frac{۱}{۲}\rho\int_\forall \vec{V}.\vec{V}d\forall$

۴) $T = \rho\int_\Sigma \phi\frac{\partial\phi}{\partial n}dS = \rho\int_\forall \nabla\phi.\nabla\phi d\forall$

۳۹- اگر بدانیم برای یک جریان ایده‌آل با سرعت U در راستای محور x حول یک سیلندر به شعاع a با فرض برآزا بودن (وجود سیرکولاسیون Γ)، $F(z) = U(z+\frac{a^۲}{z}) + \frac{i\Gamma}{۲\pi}\log\frac{z}{a}$ باشد.
اگر X و Y به ترتیب نیروهای وارد بر جسم در حال حرکت با سرعت U در راستای x و y باشند در این صورت خواهیم داشت:

۱) $X = \circ \ , \ Y = \frac{۱}{۲}\rho U\Gamma$

۲) $X = Y = \rho U\Gamma$

۳) $X = \frac{۱}{۲}\rho U\Gamma \ , \ Y = \rho U\Gamma$

۴) $X = \circ \ , \ Y = \rho U\Gamma$

۴۰- چشمه‌ای را در نزدیکی یک دیواره افقی در نظر بگیرید، سرعت روی دیواره در امتداد زیر چشمه صفر است و سپس افزایش یافته و به ماکزیمم می‌رسد و بعد کاهش یافته و در فاصله دور، دوباره به صفر می‌رسد. اگر قدرت چشمه دو بعدی $۷\frac{m^۲}{s}$ باشد، چشمه باید در چه فاصله مناسبی بر حسب متر (m) از دیوار قرار گیرد تا سرعت حداکثر در امتداد دیواره $۴\frac{m}{s}$ شود؟

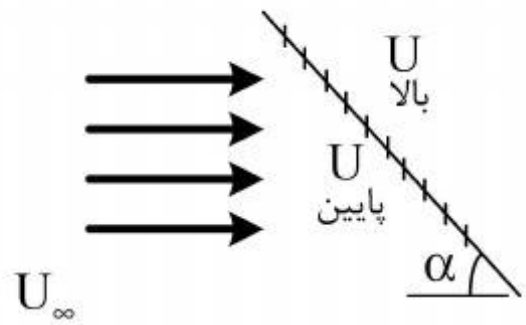
۱) ۱/۴

۲) ۱/۶۲۵

۳) ۱/۷۵

۴) ۳/۵

۴۱- صفحه تخت و نازکی در جریان غیر لزجی با سرعت آزاد U_∞ قرار دارد. اگر صفحه زاویه α با جریان آزاد داشته باشد اختلاف سرعت جریان در بالا و پایین صفحه $\Delta U = U_{\text{بالا}} - U_{\text{پایین}}$ چقدر است؟



۱) $\frac{\alpha U_\infty}{۲}$

۲) αU_∞

۳) $\pi\alpha U_\infty$

۴) $۲\pi\alpha U_\infty$

۴۲- میدان سرعت یک جریان دائم، تراکم ناپذیر، غیر لزج به صورت زیر است.

$$\begin{cases} u = fx \\ v = -fy \\ w = ۰ \end{cases}$$

که f ثابتی با بعد $\frac{۱}{s}$ می‌باشد. در صورتی که $p(۰,۰,۰) = p_۰$ و شتاب گرانشی به صورت $\vec{g} = -g\hat{k}$ باشد. میدان فشار کدام یک از موارد زیر است؟

۱) $p = p_۰ - \rho gz + \frac{\rho f^۲}{۲}xy$

۲) $p = -p_۰ + \rho gz - \frac{\rho f^۲}{۲}(x-y)^۲$

۳) $p = p_۰ - \rho gz + \frac{\rho f^۲}{۲}(x+y)^۲$

۴) $p = p_۰ - \rho gz - \frac{\rho f^۲}{۲}(x^۲ + y^۲)$

۴۳- بال هواپیمایی با نسبت منظری ۶ و نسبت باریک شوندگی ۰/۸ و ضریب بازده دهانه بال ۰/۹۶ که دارای ایرفویل‌های نازک و متقارن است، در نظر بگیرید. ضریب‌های لیفت و درگ القایی این بال در زاویه حمله 4° کدام است؟

۱) ۰/۳۲۵ ، ۰/۰۰۵۸

۲) ۰/۳۲۵ ، ۰/۱۹

۳) ۰/۲۶ ، ۰/۰۰۷۱

۴) ۰/۲۸ ، ۰/۱۹

۴۴- اگر توزیع گردش روی بالی بیضوی باشد:

۱) توزیع نیروی لیفت بیضوی، سرعت فروریزش و زاویه القاء شده هر دو در طول بال ثابت هستند.

۲) توزیع نیروی لیفت ثابت و سرعت فروریزش و زاویه القاء شده نیز هر دو ثابت هستند.

۳) توزیع نیروی لیفت، زاویه القاء شده و سرعت فروریزش هر سه بیضوی هستند.

۴) توزیع نیروی لیفت ثابت، سرعت فروریزش و زاویه القاء شده هر دو بیضوی هستند.

۴۵- برای کدام یک از میدان‌های جریان دو بعدی زیر، امکان تعریف پتانسیل سرعت وجود ندارد. c_1 و c_2 ثابت‌های بعد دار هستند.

۱) $u = c_1 xy + 1, v = c_2 \frac{x^2}{2}$

۲) $u = c_1 \frac{x^2}{y} + 3, v = c_2 \frac{x^3}{3}$

۳) $u = \frac{2c_1 y}{x}, v = c_2 \ln x^2$

۴) $u = c_1 x, v = c_2 y$